БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет доуниверситетского образования

В. И. Митенков

МАТЕМАТИКА

Справочные материалы и контрольные задания для слушателей подготовительных курсов БГУ

МИНСК
2011

УДК 51
ББК 22.1
М66

Рекомендовано советом факультета
доуниверситетского образования БГУ
30 июня 2011 г., протокол № 6

Р е ц е н з е н т ы:
старший преподаватель кафедры
дополнительного образования ГУО «Институт
непрерывного образования БГУ» *Т. А. Малишевская*;
кандидат физико-математических наук,
доцент *С. В. Демьянко*

Митенков, В. И.

М66 Математика: справочные материалы и контрольные задания для слушателей подготовительных курсов БГУ / В. И. Митенков. – Минск : БГУ, 2011. – 39 с.

Справочные материалы и контрольные задания составлены в соответствии с программой вступительных испытаний по математике для лиц, имеющих общее среднее образование и поступающих в высшие учебные заведения.

УДК 51
ББК 22.1

ПРЕДИСЛОВИЕ

Задания тестов составлены в соответствии с программой вступительных испытаний по математике для лиц, имеющих общее среднее образование и поступающих в высшие учебные заведения, утвержденной приказом Министерства образования Республики Беларусь. Каждый тест состоит из двух частей (**А** и **В**), что соответствует структуре теста централизованного тестирования.

Часть **А** составляют задания закрытого типа с выбором ответа. К таким заданиям прилагаются варианты ответа, среди которых только один правильный. Выполните задание, сравните полученный ответ с предложенными. В ответе укажите номер верного варианта ответа.

Часть **В** содержит задания открытого типа. Каждое задание части **В** решите и получите ответ. Ответом должно быть некоторое **целое число**. Внимательно читайте задание!

Каждый тест выполняется в отдельной ученической тетради. На страницах следует оставлять поля 4–5 см для замечаний и пометок рецензента. Для каждой задачи должен быть приведен не только верный вариант ответа, но и само решение. Если задача имеет несколько решений – записывается одно, наиболее рациональное. Условия задач не переписываются. Все вычисления следует проводить *без калькулятора* (на централизованном тестировании пользоваться калькулятором не разрешается!). Необходимые рисунки выполняются ручкой, чернилами одного цвета.

Получив проверенную контрольную работу, следует внимательно проанализировать ошибки, замечания и указания рецензента, при необходимости перерешать задачи (без повторной отправки на проверку).

Справочный материал

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

I. Преобразования алгебраических выражений

Числовые множества

$\boldsymbol{N}=\{1,2,3,4,5,....\}$ – множество натуральных чисел

$\boldsymbol{Z}=\{...-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$ – множество целых чисел

$\boldsymbol{Q}=\left\{\frac{m}{n}\middle|\, m\in Z, n\in N\right\}$ – множество рациональных чисел (чисел, которые можно представить в виде обыкновенной дроби)

$\boldsymbol{R}=(-\infty;+\infty)$ – множество всех действительных чисел

$\boldsymbol{R}\backslash\boldsymbol{Q}$ – множество иррациональных чисел (множество $\boldsymbol{R}$ без множества $\boldsymbol{Q}$)

Свойства степеней

Для любых n, k и положительных a и b верны равенства:

$a^0=1,\quad a^1=a,\quad 1^n=1$

$0^n=0\ \left(0^0-\textit{не имеет смысла}\right)$

$a^n\cdot a^k=a^{n+k}$

$a^n:a^k=a^{n-k}$

$\left(a^n\right)^k=\left(a^k\right)^n=a^{nk}$

$(ab)^n=a^n\cdot b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

$a^{-n}=\frac{1}{a^n}.$

Формулы сокращенного умножения (разложения на множители)

Для любых a и b верны равенства:

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$

$a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\quad \textit{или}\quad (a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3\quad \textit{или}\quad (a-b)^3=a^3-b^3-3ab(a-b).$

Разложение на множители квадратного трехчлена

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2),\ \textit{где}\ x_1,x_2-\textit{корни}$

Нужно отметить, что при $D=0$ $x_1=x_2$ и разложение принимает вид $ax^2+bx+c=a(x-x_1)^2$.

Арифметические корни и их свойства

$\sqrt[2n+1]{-x}=-\sqrt[2n+1]{x},\quad x\geq 0$

$\sqrt[2n]{x^{2n}}=|x|,\ x\in R$, *в частности* $\sqrt{x^2}=|x|$, <u>но</u> $\left(\sqrt[2n]{x}\right)^{2n}=x$ (здесь $x\geq 0$)

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

$\sqrt[mk]{a^{nk}} = \sqrt[m]{a^n}$

Абсолютная величина числа (модуль)

Определение: $|a| = \left[\begin{array}{l} a,\ при\ a \geq 0 \\ -a,\ при\ a \leq 0 \end{array}\right.$

$|a| \geq 0, \quad |-a| = |a|, \quad |a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$

$|a|^{2n} = a^{2n}$

$|a \cdot b| = |a| \cdot |b|, \quad \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

Важные неравенства

при $a > 0$ верно $a + \frac{1}{a} \geq 2$, причем равенство выполняется только при $a = 1$;

при $a > 0$ и $b > 0$ верно $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, причем равенство выполняется только при $a = b$;

$|a + b| \leq |a| + |b|$, причем равенство выполняется только, если a и b одного знака (или одно из чисел равно нулю)

II. Числовые функции

Пусть задано некоторое числовое множество X и указан закон f, по которому *каждому числу* $x \in X$ *ставится в соответствие единственное число* y. Тогда говорят, что задана *функция* $y = f(x)$ с *областью определения* X. Множество Y всех значений y, для каждого из которых существует по крайней мере одно число $x \in X$ такое, что $y = f(x)$, называется *областью значений функции* f. Обычно область определения обозначают $D(f)$, а область значений – $E(f)$; переменная x – *независимая переменная (аргумент)*, y – *зависимая переменная*.

Графиком числовой функции $y = f(x)$ называется множество точек координатной плоскости xOy с координатами $(x, f(x))$, где $x \in D(f)$.

Основные способы задания функции:

1) *аналитический* способ состоит в задании функции формулой $y = f(x)$;
2) *табличный* способ состоит в составлении таблицы соответствующих значений x и y;
3) *графический* способ состоит в задании графика функции.

Число x_0 из области определения функции называется *нулем* функции $y = f(x)$, если $f(x_0) = 0$.

Функцию $y = f(x)$ называют *возрастающей* на промежутке (a,b), если для любых $x_1, x_2 \in (a,b)$ таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

Функцию $y = f(x)$ называют *убывающей* на промежутке (a,b), если для любых $x_1, x_2 \in (a,b)$ таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

Функцию, возрастающую или убывающую на всей области определения, называют *монотонной*.

Функцию $y = f(x)$ называют *периодической* на области определения $D(f)$, если существует такое число $T > 0$ (*период функции*), что выполняются два условия:

1) если $x \in D(f)$, то и $x \pm T \in D(f)$;

2) для любого $x \in D(f)$ выполняется равенство $f(x \pm T) = f(x)$.

Если число T – период функции, то любое число $kT, k \in Z, k \neq 0$ также является периодом функции. Число T еще называют *наименьшим положительным периодом (основным периодом).*

Функцию $y = f(x)$ называют *четной*, если выполняются два условия:

1) область определения – симметричное относительно точки $O(0,0)$ множество, т.е. наряду с любым $x \in D(f)$ число $-x$ также принадлежит $D(f)$;

2) для любого x из области определения $f(-x) = f(x)$.

График четной функции симметричен относительно оси Oy.

Функцию $y = f(x)$ называют *нечетной*, если выполняются два условия:

1) область определения – симметричное относительно точки $O(0,0)$ множество;

2) для любого x из области определения $f(-x) = -f(x)$.

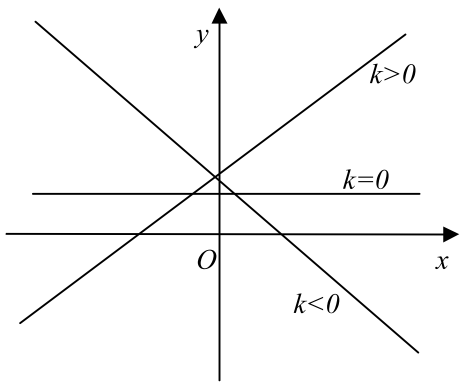
График нечетной функции симметричен относительно начала координат $O(0,0)$.

Пусть задана функция $y = f(x)$ с областью определения X и областью значений Y, которая разным значениям аргумента ставит в соответствие разные числа. Функция, которая имеет область определения Y и область значений X и каждому $y_0 \in Y$ ставит в соответствие $x_0 \in X$ так, что $f(x_0) = y_0$, называется *обратной к функции* $f(x)$ и обозначается $x = f^{-1}(y)$. Следовательно, при любом x из множества X имеет место тождество $f^{-1}(f(x)) \equiv x$. Пара функций f и f^{-1} называется *парой взаимно обратных функций*. Как правило, независимые переменные взаимно обратных функций f и f^{-1} обозначаются одной и той же буквой (обычно x), значения этих функций – также одной буквой (обычно y).

Достаточный признак существования обратной функции: если функция строго возрастает (убывает), то для нее существует обратная функция, и она также строго возрастает (убывает).

Для того чтобы найти обратную функцию для функции $y = f(x)$ достаточно выразить переменную x через y, а затем переименовать переменные.

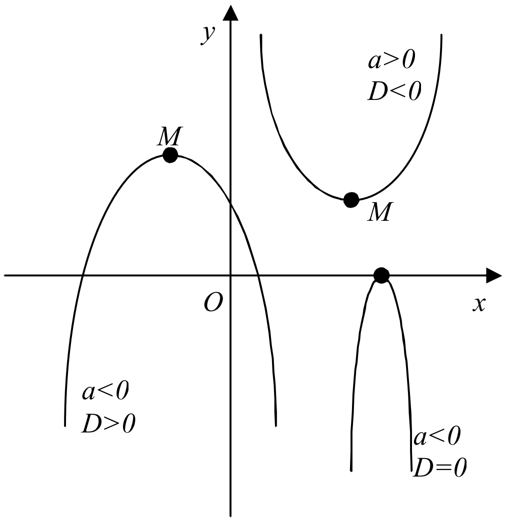
Линейная функция задается уравнением $y = kx + b$, $k \in R$, $b \in R$.
Область определения – $D(f) = R$, область значений – $E(f) = R$ при $k \neq 0$, $E(f) = \{b\}$ при $k = 0$. Функция возрастает при $k > 0$, убывает при $k < 0$, постоянна при $k = 0$. График – прямая линия.



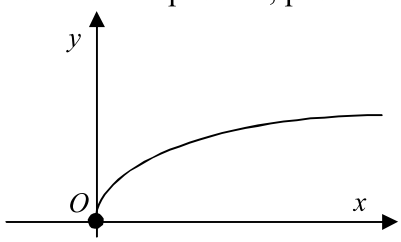
Квадратичная функция (*квадратный трехчлен*) задается уравнением
$y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

Область определения – $D(f) = R$. График функции – парабола с осью симметрии $x = -\dfrac{b}{2a}$, вершиной в точке $M\left(x_0, ax_0^2 + bx_0 + c\right)$, где $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$, и ветвями, направленными вверх (при $a > 0$) или вниз (при $a < 0$). Область значений – $E(f) = \begin{cases} \left(-\infty; ax_0^2 + bx_0 + c\right] \text{при } a < 0, \\ \left[ax_0^2 + bx_0 + c; +\infty\right) \text{при } a > 0. \end{cases}$

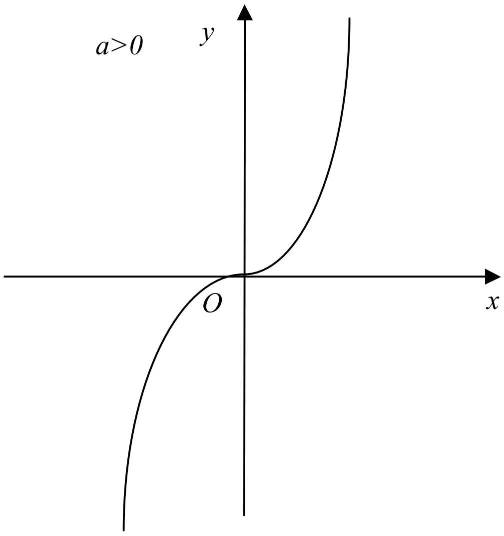
Выражение $D = b^2 - 4ac$ называется *дискриминантом*. При положительном дискриминанте квадратный трехчлен имеет два *нуля*, т.е. парабола дважды пересекает ось абсцисс; при отрицательном – нулей нет, т.е. точек пересечения с осью абсцисс у параболы нет; при $D = 0$ – нуль один (кратности два), т.е. парабола касается оси абсцисс.

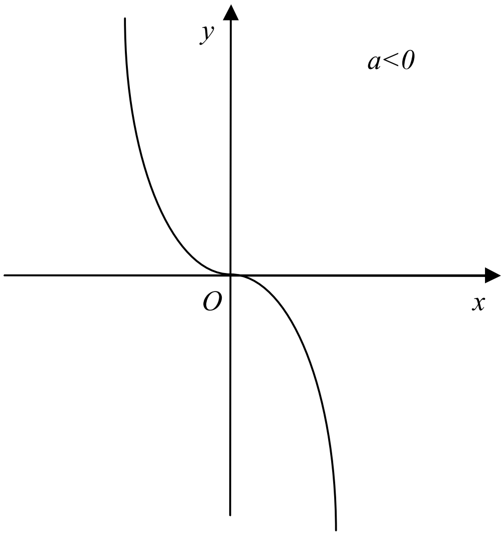


Функция арифметического квадратного корня задается уравнением $y = \sqrt{x}$.
Область определения – $D(f) = [0; +\infty)$, область значений – $E(f) = [0; +\infty)$. Функция является возрастающей. Графиком является часть параболы, расположенной горизонтально.



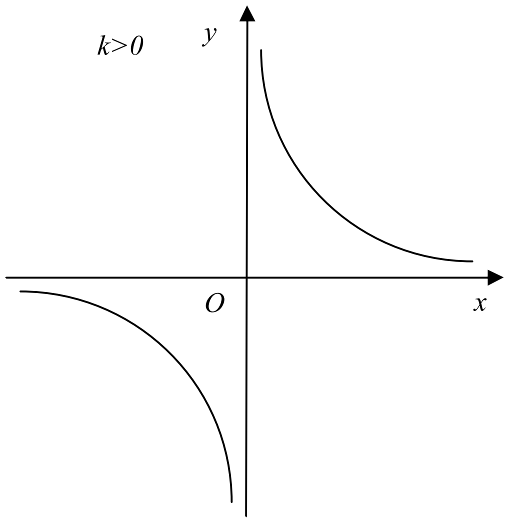
Кубическая функция задается уравнением $y = ax^3$, $a \neq 0$.
Область определения – $D(f) = R$, область значений – $E(f) = R$. Функция является нечетной, т.е. график (кривую иногда называют *кубической параболой*) симметричен относительно начала координат. Функция монотонна: возрастающая при $a > 0$ и убывающая при $a < 0$.

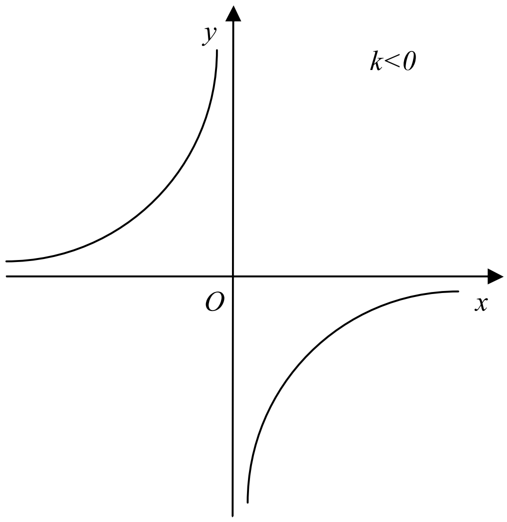




Функция обратной пропорциональности задается формулой $y=\dfrac{k}{x}$, $k\neq 0$.

Область определения $-D(f)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$, область значений – $E(f)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$. Функция является нечетной, т.е. график (кривая называется *гиперболой*) симметричен относительно начала координат. Ось абсцисс является горизонтальной асимптотой, ось ординат – вертикальной асимптотой (*асимптота* – прямая, к которой неограниченно приближается график функции, но не пересекает ее). Функция не является монотонной, однако, если $k>0$, то функция является убывающей на интервалах $(-\infty;0),(0;+\infty)$, и, если $k<0$, то функция возрастает на интервалах $(-\infty;0),(0;+\infty)$.





III. Алгебраические уравнения

Область допустимых значений (ОДЗ) уравнения – множество всех значений переменной (-ых), при которых все функции, входящие в уравнение, имеют смысл.

Решения (корни) уравнения – такие значения переменной (-ых), которые при подстановке в уравнение обращают его в верное числовое равенство.

Решить уравнение означает найти все его корни или доказать, что их нет.

Уравнения называют *равносильными*, если множества их решений совпадают.

Квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ имеет решения $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ при неотрицательном дискриминанте $D=b^2-4ac$. Если коэффициент b – четный, т.е. $b=2k$, то удобна формула $x_{1,2}=\dfrac{-k\pm\sqrt{k^2-ac}}{a}$. Следует отметить, что при $D=0$ уравнение имеет один корень кратности два (два одинаковых корня).

Теорема Виета: числа x_1,x_2 являются корнями квадратного уравнения

$$ax^2+bx+c=0 \text{ тогда и только тогда, когда } \begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}, \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}. \end{cases}$$

Уравнения с модулем

Основные равносильные переходы:

$$|f(x)|=|g(x)| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=g(x), \\ f(x)=-g(x) \end{array}\right.$$

$$|f(x)|=g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x)\geq 0, \\ \left[\begin{array}{l} f(x)=g(x), \\ f(x)=-g(x) \end{array}\right. \end{cases}$$

Большинство уравнений и неравенств с модулем можно решить **методом разбиения на промежутки**:

1. Находятся нули всех подмодульных выражений и наносятся на числовую ось. Получается несколько промежутков, на которых все подмодульные выражения имеют постоянный знак, который и определяется (например, подстановкой любого числа из этого промежутка)
2. Отдельно на каждом промежутке решается уравнение или неравенство. Раскрываются все модули, т.е. заменяются подмодульными выражениями со знаком, который уже определен. Далее решается полученное уравнение или неравенство (в котором уже нет модулей) и выбираются решения, принадлежащие данному промежутку.
3. В ответ записываются все решения, найденные на каждом промежутке.

Иррациональные уравнения

Основные равносильные переходы:

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) \ge 0 \left(\text{или } g(x) \ge 0\right) \end{cases} \qquad \sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \ge 0, \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$$

IV. Алгебраические неравенства

Область допустимых значений (ОДЗ) неравенства – множество всех значений переменной, при которых все функции, входящие в неравенство, имеют смысл.

Решения неравенства – такие значения переменной, которые при подстановке в неравенство обращают его в верное числовое неравенство.

Решить неравенство означает найти все его решения или доказать, что их нет.

Неравенства называют *равносильными*, если множества их решений совпадают.

Основная идея решения неравенства заключается в замене неравенства более простым, равносильным данному. Правила равносильных преобразований:

1) любой член неравенства можно перенести из одной части в другую с противоположным знаком, оставив без изменения при этом знак неравенства;
2) обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, оставив при этом без изменения знак неравенства;
3) обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и тоже отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный.

Пусть заданное неравенство имеет вид $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ (или с любым из знаков $<$, $\le$, $\ge$; вместе с тем $g(x)$ может быть равна 1) или оно приведено к этому виду с помощью вышеуказанных правил. Для решения неравенства применяется **обобщенный метод интервалов**:

1. Находится ОДЗ неравенства.
2. Находятся *критические точки неравенства*: корни уравнений $f(x) = 0$ и $g(x) = 0$.
3. На числовую ось наносятся ОДЗ и критические точки. Точки, принадлежащие ОДЗ, отмечаются закрашенными кружками (●), а не принадлежащие ОДЗ – светлыми (проколотыми) кружками (○). Эти точки разбивают ОДЗ на несколько промежутков, в каждом из которых левая часть неравенства будет сохранять знак (плюс или минус).
4. Определяется знак левой части неравенства на каждом промежутке, вычисляя, например, значение левой части для одной из точек промежутка.
5. Решениями неравенства будут все промежутки из ОДЗ, знак на которых соответствует знаку неравенства. Если исходное неравенство нестрогое (со знаком $\le$, $\ge$), то решениями будут и все критические точки, отмеченные закрашенными кружками.

Неравенства с модулем

Основные равносильные переходы:

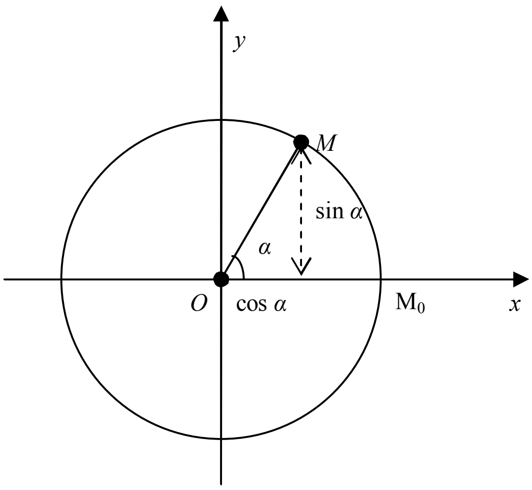
$$|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > -g(x) \end{cases} \qquad |f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) > g(x), \\ f(x) < -g(x) \end{array}\right.$$

$$|f(x)| \le g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \le g(x), \\ f(x) \ge -g(x) \end{cases} \qquad |f(x)| \ge g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) \ge g(x), \\ f(x) \le -g(x) \end{array}\right.$$

V. Преобразования тригонометрических выражений

Функции синус, косинус, тангенс, котангенс называются *основными тригонометрическими функциями*. По определению *синусом* (соответственно, *косинусом*) числа α называется ордината (соответственно, абсцисса) точки M на тригонометрическом круге единичного радиуса (см. рис.), получающейся поворотом точки $M_0(1;0)$ на угол α радиан вокруг начала координат; кроме того , $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ при $\cos\alpha \ne 0$, т.е. $\alpha \ne \dfrac{\pi}{2} + \pi n \quad (n \in Z)$,

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \text{ при } \sin\alpha \ne 0\text{, т.е. } \alpha \ne \pi n \quad (n \in Z).$$



Положительные углы откладываются против часовой стрелки, отрицательные – по часовой стрелке.

Основное соотношение между радианной и градусной мерами угла: $180° = \pi$.

Таблица основных значений тригонометрических функций:

α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$
$30°\left(\frac{\pi}{6}\right)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$45°\left(\frac{\pi}{4}\right)$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$60°\left(\frac{\pi}{3}\right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Функции синус, тангенс и котангенс являются нечетными, а функция косинус – четная, т.е. для всех допустимых значений x выполняются равенства:

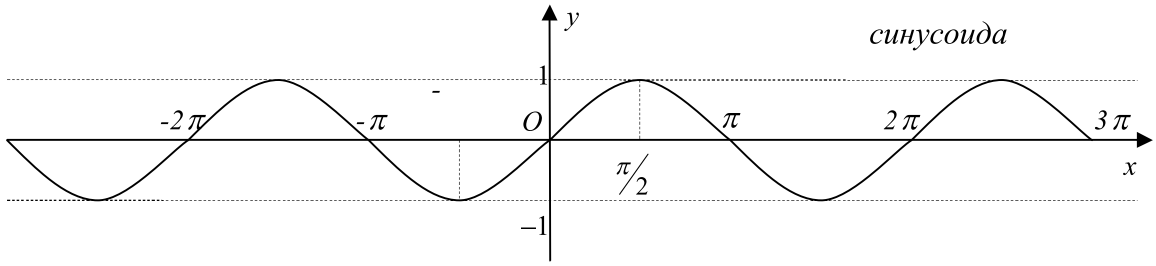
$$\sin(-x) = -\sin x, \quad \cos(-x) = \cos x, \quad tg(-x) = -tg\, x, \quad ctg(-x) = -ctg\, x.$$

Функции синус и косинус – периодические с периодом 2π , а функции тангенс и котангенс – периодические с периодом π . Для всех допустимых значений x и для всех $n \in Z$ выполняются равенства:

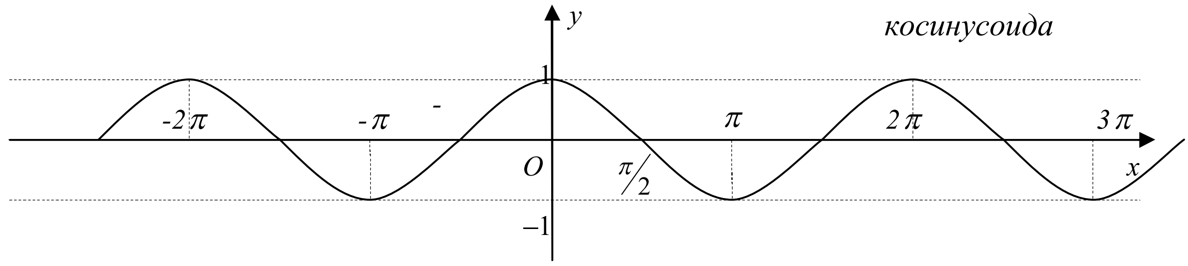
$$\sin(x + 2\pi n) = \sin x, \quad \cos(x + 2\pi n) = \cos x, \quad tg(x + \pi n) = tgx, \quad ctg(x + \pi n) = ctgx.$$

Графики тригонометрических функций

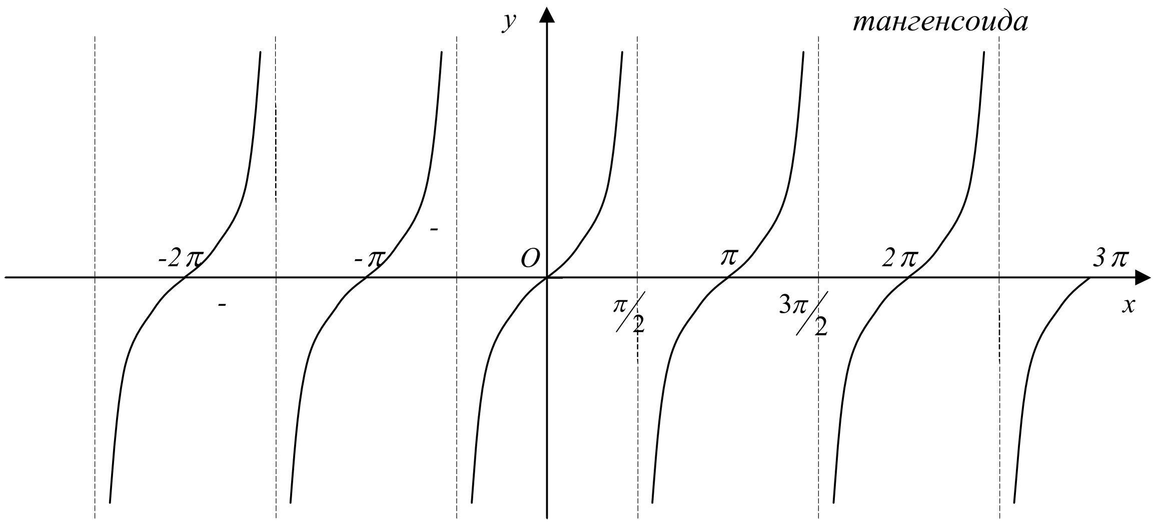
$y = \sin x$



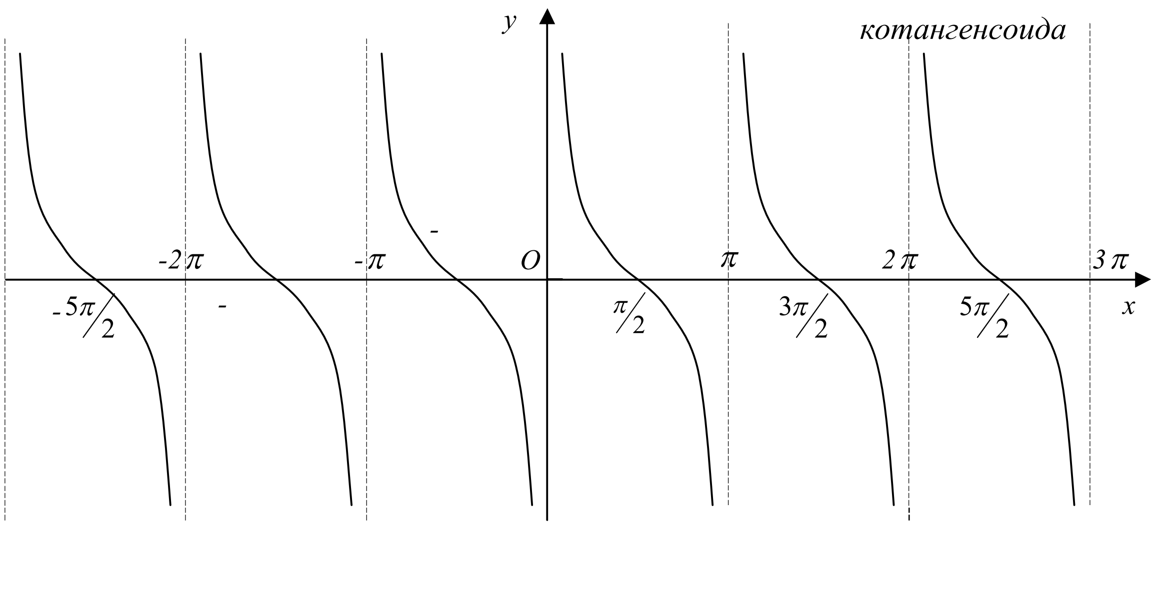
$y = \cos x$



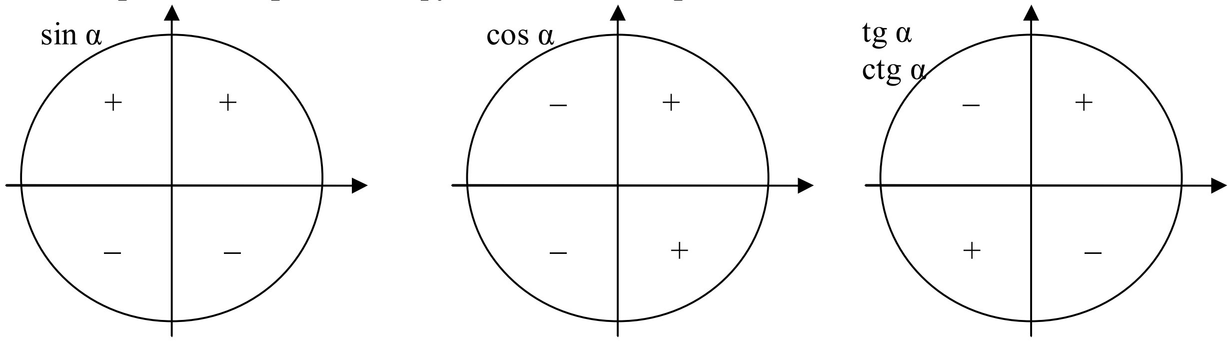
$y = tg\, x$



$y = ctg\, x$



Знаки тригонометрических функций по четвертям



Формулы приведения – формулы, позволяющие упрощать выражения вида $\left.\begin{matrix}\sin\\ \cos\\ tg\\ ctg\end{matrix}\right|\left(\frac{\pi n}{2}\pm\alpha\right)$.

x	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$
$\sin x$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$
$\cos x$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
tgx	$ctg\alpha$	$-ctg\alpha$	$-tg\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$	$-ctg\alpha$	$-tg\alpha$
$ctgx$	$tg\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$

Для облегчения запоминания указанных (и не указанных для других $n\in Z$) в таблице формул приведения можно применять следующее *мнемоническое правило*:

1) если угол α откладывается от горизонтального диаметра тригонометрического круга, то название функции сохраняется; если угол α откладывается от вертикального диаметра тригонометрического круга, то название функции меняется (синус на косинус, косинус на синус, тангенс на котангенс, котангенс на тангенс);

2) перед полученной функцией ставится тот знак, который имела бы начальная функция в той четверти, в которую попадет изначальный аргумент (при этом предполагается, что α – острый угол).

Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

$\sin^2 x+\cos^2 x=1,\qquad tg\,x\cdot ctg\,x=1$

$1+tg^2x=\frac{1}{\cos^2 x},\quad 1+ctg^2x=\frac{1}{\sin^2 x}$

Формулы сложения

$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\sin y\cos x$$

$$\sin(x-y)=\sin x\cos y-\sin y\cos x$$

$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$$

$$\cos(x-y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$$

$$tg(x+y)=\frac{tg\,x+tg\,y}{1-tg\,x\cdot tg\,y}$$

$$tg(x-y)=\frac{tg\,x-tg\,y}{1+tg\,x\cdot tg\,y}$$

Формулы преобразования суммы (разности) функций в произведение

$$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x-\sin y=2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$tg\,x + tg\,y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x\cos y}$$

$$tg\,x - tg\,y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x\cos y}$$

Формулы преобразования произведения функций в сумму (разность)

$$\sin x\sin y = \frac{1}{2}\left[\cos(x-y) - \cos(x+y)\right]$$

$$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x-y) + \cos(x+y)\right]$$

$$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x-y) + \sin(x+y)\right]$$

Формулы понижения степени

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$$

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2x = 2\sin x\cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

Формулы универсальной подстановки

$$\sin 2x = \frac{2tg\,x}{1+tg^2 x}$$

$$\cos 2x = \frac{1-tg^2 x}{1+tg^2 x}$$

$$tg 2x = \frac{2tg\,x}{1-tg^2 x}$$

Формулы тройного угла

$$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

Формула «гармонического сложения»

$$A\sin x \pm B\cos x = \sqrt{A^2+B^2}\left(\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}\sin x \pm \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}\cos x\right) = \sqrt{A^2+B^2}\left(\cos\varphi\sin x \pm \sin\varphi\cos x\right) =$$

$$= \sqrt{A^2+B^2}\sin\left(x \pm \varphi\right), \quad \textit{где } \varphi = \arcsin\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}} - \textit{вспомогательный угол}$$

Важные неравенства

$$\left|\sin x\right| \le 1,\ \left|\cos x\right| \le 1$$

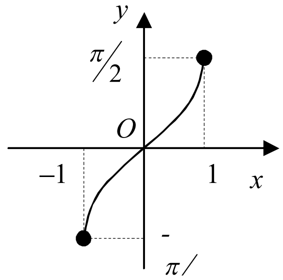
$$\left|A\sin x \pm B\cos x\right| \le \sqrt{A^2+B^2}$$

$\sin x < x < tg\,x$, где $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$

Обратные тригонометрические функции

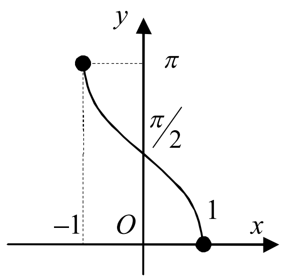
Для функции $y = \sin x$ на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ существует обратная функция. Эта функция $y = \arcsin x$ определена на отрезке $[-1;1]$ с областью значений $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$. График функции – часть синусоиды, расположенной вдоль оси ординат:

$$\sin(\arcsin x) = x, x \in [-1,1]$$
$$\arcsin(\sin x) = x, x \in \left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$$
$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$



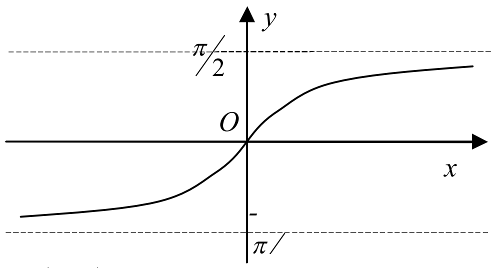
Для функции $y = \cos x$ на промежутке $[0;\pi]$ существует обратная функция. Это функция $y = \arccos x$, $x \in [-1;1]$ с областью значений $[0;\pi]$. График функции – часть косинусоиды, расположенной вдоль оси ординат:

$$\cos(\arccos x) = x, x \in [-1,1]$$
$$\arccos(\cos x) = x, x \in [0,\pi]$$
$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$



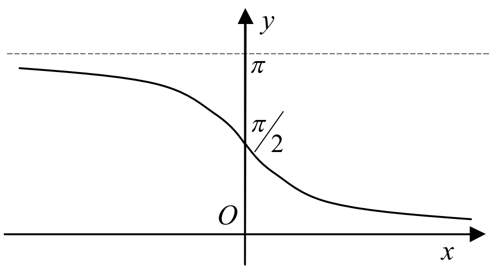
Для функции $y = tg\, x$ на промежутке $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ существует обратная функция. Это функция $y = \mathrm{arctg}\, x$, $x \in (-\infty;+\infty)$ с областью значений $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$. График функции – часть тангенсоиды, расположенной вдоль оси абсцисс:

$$tg(arctgx) = x, x \in (-\infty,+\infty)$$
$$arctg(tgx) = x, x \in \left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$$
$$arctg(-x) = -arctgx$$



Для функции $y = ctg\, x$ на промежутке $(0;\pi)$ существует обратная функция. Это функция $y = \mathrm{arcctg}\, x$, $x \in (-\infty;+\infty)$ с областью значений $(0;\pi)$. График функции – часть котангенсоиды, расположенной вдоль оси абсцисс:

$$ctg(arcctgx) = x, x \in (-\infty,+\infty)$$
$$arcctg(ctgx) = x, x \in (0,\pi)$$
$$arcctg(-x) = \pi - arcctgx$$



VI. Тригонометрические уравнения

Основные равносильные переходы:

$\sin x = a, |a| \le 1 \Leftrightarrow x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$

или иная форма:

$$\sin x = a, |a| \le 1 \Leftrightarrow x = \left[\begin{array}{l} \arcsin a + 2\pi k, \\ \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

$\cos x = a, |a| \le 1 \Leftrightarrow x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$

$tg\, x = a, a \in R \Leftrightarrow x = arctg\, a + \pi k, k \in Z$

$ctg\, x = a, a \in R \Leftrightarrow x = arcctg\, a + \pi k, k \in Z$

частные случаи:

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = \pi k, k \in Z$

$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2\pi k, k \in Z$

$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + 2\pi k, k \in Z$

VII. Прогрессии

Арифметическая прогрессия (a_n) – последовательность чисел (конечная или бесконечная), каждый член которой равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом d (d – разность прогрессии). Т.е. $a_n = a_{n-1} + d, n \ge 2$. Основной способ описать арифметическую прогрессию – задать a_1 и d.

$a_n = a_1 + d(n-1)$ – формула n-го члена

$a_n = \dfrac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n \ge 2$ – характеристическое свойство

$S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \dfrac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ – формула суммы первых n членов

Геометрическая прогрессия (b_n) – последовательность чисел (конечная или бесконечная), каждый член которой равен предыдущему, умноженному на одно и то же число $q \ne 0$ (q – знаменатель прогрессии). Т.е. $b_n = b_{n-1} \cdot q, n \ge 2$. Основной способ описать геометрическую прогрессию – задать b_1 и q.

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ – формула n-го члена

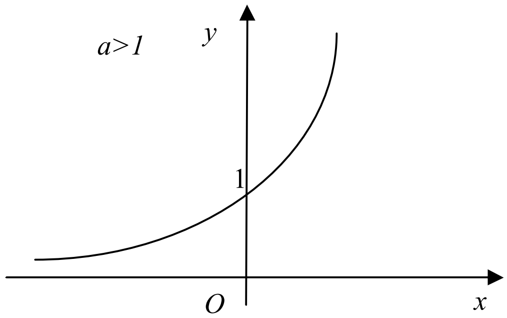
$b_n^{\,2} = b_{n-1} \cdot b_{n+1}, n \ge 2$ – характеристическое свойство

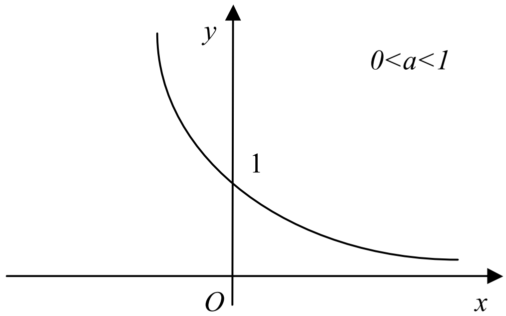
$S_n = \dfrac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \ne 1$ – формула суммы первых n членов

Если $|q| < 1$, то $S = b_1 + b_2 + \ldots + b_n + \ldots = \dfrac{b_1}{1-q}$ – сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии

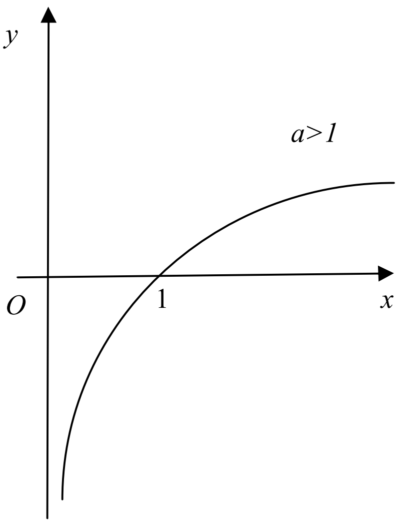
VIII. Преобразования логарифмических выражений

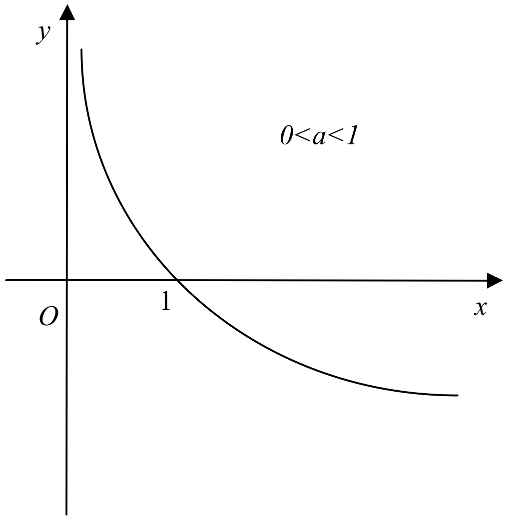
Показательная функция задается формулой $y = a^x$ при $a > 0$, $a \neq 1$.
Область определения – $D(f) = R$, область значений – $E(f) = (0;+\infty)$, т.е. $a^x > 0$ при любом x.
Функция монотонна: возрастающая при $a > 1$ и убывающая при $0 < a < 1$. Графиком функции является кривая, называемая *экспонентой*; ось абсцисс – горизонтальная асимптота графика. Точка с координатами $(0;1)$– характерная точка графика (при любом a график проходит через эту точку).





Логарифмическая функция задается формулой $y = \log_a x$ при $a > 0$, $a \neq 1$. (По определению логарифма $a^y = x$).
Область определения – $D(f) = (0;+\infty)$, область значений – $E(f) = R$.
Функция монотонна: возрастающая при $a > 1$ и убывающая при $0 < a < 1$. Показательная и логарифмическая функции при фиксированном значении a являются взаимно обратными. Графиком функции является также экспонента, только расположенная иначе: ось ординат – вертикальная асимптота графика. Точка с координатами $(1;0)$– характерная точка графика.





При $a = 10$ логарифм называется *десятичным* и обозначается $\lg x$.
$x = a^{\log_a x}$ – основное логарифмическое тождество

Для любых $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$, $y > 0$ верны равенства:

$\log_a a = 1$, $\log_a 1 = 0$

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \cdot \log_a x$$

$\log_a x = \dfrac{1}{\log_x a}$, $x \neq 1$

$\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$, $b > 0$, $b \neq 1$ – формула перехода к новому основанию

$a^{\log_b x} = x^{\log_b a}$, $b > 0$, $b \neq 1$

$a^{\sqrt{\log_a x}} = x^{\sqrt{\log_x a}}$, $x \neq 1$

IX. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства

Основные равносильные переходы для уравнений:

$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0 \end{cases}$ (или, что то же самое $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) > 0 \end{cases}$)

Следует помнить при решении уравнений, что $\log_a [f(x)]^{2n} = 2n \cdot \log_a |f(x)|$.

Показательные неравенства

при $a > 1$: $\begin{matrix} a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x) \\ a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x) \end{matrix}$;

при $0 < a < 1$: $\begin{matrix} a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x) \\ a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x) \end{matrix}$ (знаки неравенств меняются)

Логарифмические неравенства

при $a > 1$: $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > 0 \end{cases}$;

$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) > 0 \end{cases}$;

при $0 < a < 1$: $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) > 0 \end{cases}$;

$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > 0 \end{cases}$

ГЕОМЕТРИЯ

I. Треугольник

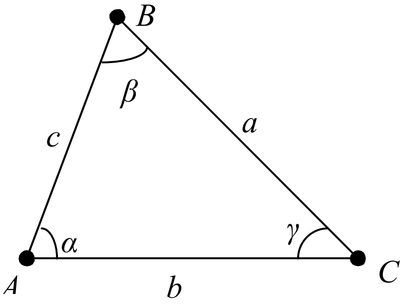
Обозначения: $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ – *полупериметр*, R – *радиус описанной окружности*, r – *радиус вписанной окружности*, S – *площадь*, h_a – *высота, проведенная к стороне* a, m_a – *медиана, проведенная к стороне* a, l_a – *биссектриса, проведенная к стороне* a.

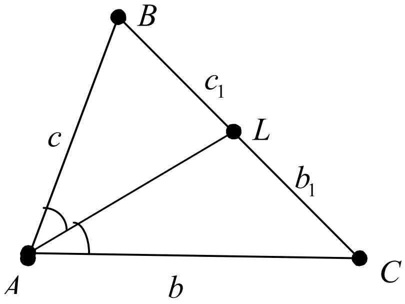
Формулы площади: $S = \dfrac{1}{2} a \cdot h_a$, $S = \dfrac{1}{2} bc \cdot \sin\alpha$, $S = pr$, $S = \dfrac{abc}{4R}$, $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Сумма углов треугольника равна $180°$.

Теорема синусов: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$.

Теорема косинусов: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$.





$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$ – длина медианы

AL – биссектриса: $AL = \sqrt{bc - b_1c_1}$.

Биссектриса AL угла треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам, т.е. $\frac{c}{b} = \frac{c_1}{b_1}$.

Средняя линия треугольника (отрезок, который соединяет середины двух сторон) параллельна его третьей стороне и равна ее половине.

Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении $2:1$, считая от вершины.

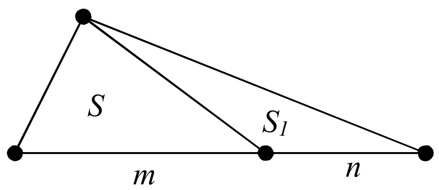
Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников.

Точка пересечения биссектрис – центр вписанной окружности.

Точка пересечения серединных перпендикуляров – центр описанной окружности.

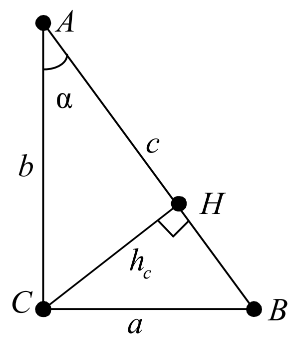
Пусть $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ с коэффициентом подобия k (т.е. $k = \frac{AB}{A_1B_1}$), тогда отношение площадей равно: $\frac{S}{S_1} = k^2$.

Свойство смежных площадей:



$$\frac{S}{S_1} = \frac{m}{n}$$

Прямоугольный треугольник



CH – высота, AH – проекция катета AC на гипотенузу *AB*, *BH – проекция катета BC*

$S = \frac{1}{2}ab$, $S = \frac{1}{2}ch_c$

$r = \frac{a+b-c}{2}$, $R = \frac{c}{2}$, середина гипотенузы – центр описанной окружности.

$CH^2 = AH \cdot BH$, $AC^2 = AH \cdot AB$, $BC^2 = BH \cdot AB$

Теорема Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2$.

Тригонометрические соотношения: $\sin\alpha = \frac{a}{c}$, $\cos\alpha = \frac{b}{c}$, $tg\,\alpha = \frac{a}{b}$, $ctg\,\alpha = \frac{b}{a}$.

Равносторонний треугольник (со стороной a): $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$, $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

II. Четырехугольники

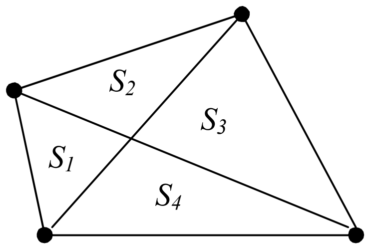
В четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы противоположных сторон равны. Площадь такого четырехугольника: $S = pr$, где p – полупериметр, r – радиус вписанной окружности.

Вокруг четырехугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда суммы противоположных углов равны $180°$.

Площадь произвольного выпуклого (диагонали пересекаются) четырехугольника:

$S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi$, где d_1, d_2 – диагонали, φ – угол между ними.

Для любого выпуклого четырехугольника выполняется соотношение:



$$S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$$

Пусть a, b – стороны, α – угол между ними, h_a – высота, проведенная к стороне a:

площадь параллелограмма: $S = ah_a = ab\sin\alpha$,

площадь ромба: $S = ah_a = a^2\sin\alpha = \frac{1}{2}d_1 d_2$,

площадь прямоугольника: $S = ab$,

площадь квадрата: $S = a^2$.

Для параллелограмма со сторонами a, b и диагоналями d_1, d_2 выполняется:

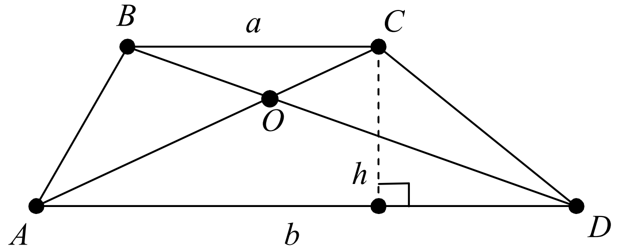
$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$.

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами углов.

В параллелограмм можно вписать окружность тогда и только тогда, когда он – ромб. Диаметр окружности совпадает с высотой ромба.

Вокруг параллелограмма можно описать окружность тогда и только тогда, когда он – прямоугольник. Диаметр окружности совпадает с диагональю прямоугольника.

Трапеция



$S = \frac{a+b}{2}h$ – площадь трапеции

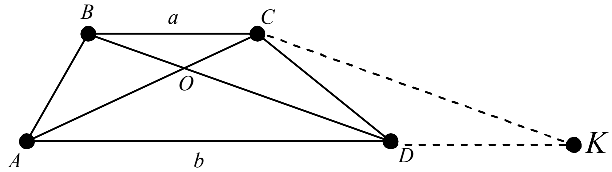
$\Delta BOC \sim \Delta DOA$, $S_{ABO} = S_{DCO}$

Средняя линия трапеции (отрезок, соединяющий середины боковых сторон) параллельна основаниям и равна их полусумме. Также она делит каждую диагональ и высоту пополам.

Биссектрисы углов, которые прилегают к одной боковой стороне трапеции, пересекаются под прямым углом и точка их пересечения принадлежит средней линии трапеции.

Вокруг трапеции можно описать окружность тогда и только тогда, когда она равнобедренная.

Если провести CK параллельно диагонали BD до пересечения с продолжением основания AD, то площадь трапеции $ABCD$ будет равна площади образовавшегося треугольника ACK.



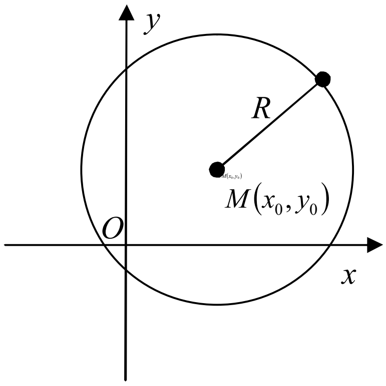
III. Окружность и круг

$L = 2\pi R$ – длина окружности

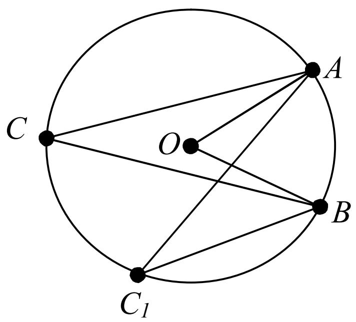
$S = \pi R^2$ – площадь круга

Уравнение окружности

В прямоугольной системе координат xOy окружность с центром в точке $M(x_0, y_0)$ и радиусом R задается уравнением $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$.



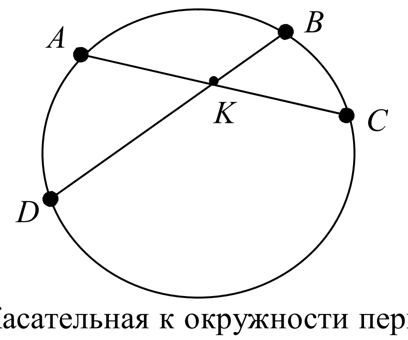
Центральный и вписанные углы:



$$\underbrace{\angle ACB = \angle AC_1B}_{\text{вписанные углы, опирающиеся на одну дугу}} = \frac{1}{2}\underbrace{\angle AOB}_{\text{центральный}}$$

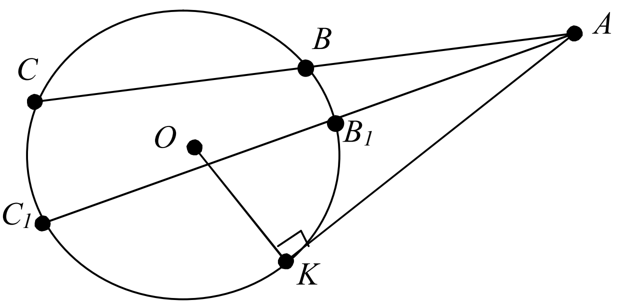
Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, – прямой.

Свойство пересекающихся хорд:

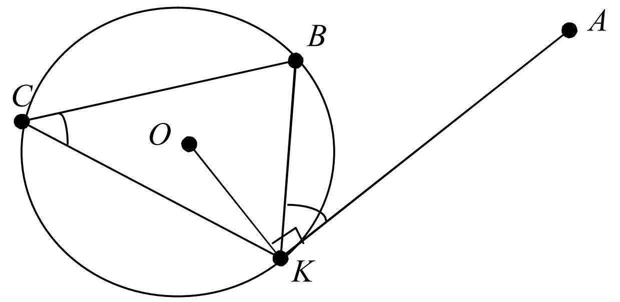


$$AK \cdot KC = DK \cdot KB$$

Касательная к окружности перпендикулярна радиусу окружности, проведенному в точку касания. Свойство секущих и касательной:

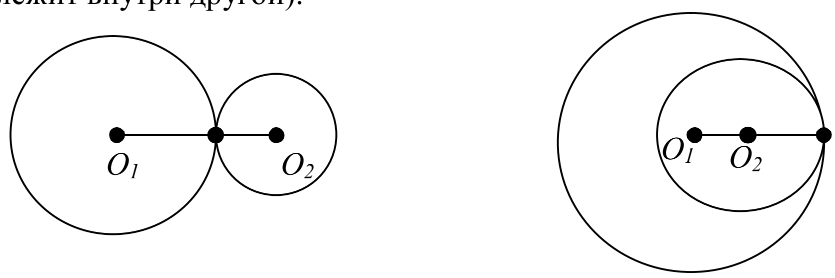


$$AB \cdot AC = AB_1 \cdot AC_1 = AK^2$$



$$\angle AKB = \angle BCK$$

Линия центров O_1O_2 (прямая, соединяющая центры) двух касающихся окружностей проходит через точку касания. Окружности могут касаться внешним образом и внутренним (одна лежит внутри другой).



$O_1O_2 = R_1 + R_2$ $\qquad$ $O_1O_2 = R_1 - R_2$

IV. Стереометрия

Обозначения: H – высота, $S_{осн}$ – площадь основания, $S_{бок}$ – площадь боковой поверхности, $S_{полн}$ – площадь полной поверхности, V – объем, R – радиус основания цилиндра, конуса или радиус сферы (шара), P – периметр основания.

Призма: $V = S_{осн} \cdot H$.

Прямая призма: $V = S_{осн} \cdot H$, $S_{бок} = P \cdot H$, $S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$.

Прямоугольный параллелепипед: $V = abc$, $S_{полн} = 2(ab + bc + ac)$, где a, b, c – длина, ширина, высота.

Куб: $V = a^3$, $S_{полн} = 6a^2$.

Пирамида: $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$.

Правильная пирамида: $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$, $S_{бок} = \frac{1}{2} P \cdot l$, $S_{полн} = S_{бок} + S_{осн}$, где l – апофема (высота боковой грани).

Произвольная усеченная пирамида: $V = \frac{1}{3} H\left(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2\right)$, где S_1, S_2 – площади оснований.

Цилиндр: $V = \pi R^2 H$, $S_{бок} = 2\pi RH$, $S_{полн} = 2\pi R(H + R)$.

Конус: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$, $S_{бок} = \pi Rl$, $S_{полн} = \pi R(l + R)$, где l – образующая.

Шар, сфера: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, $S_{полн} = S_{сферы} = 4\pi R^2$.

Если все боковые ребра пирамиды образуют с плоскостью основания равные углы, то основание высоты пирамиды совпадает с центром окружности, описанной около основания (и наоборот).

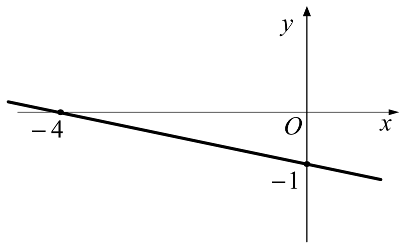
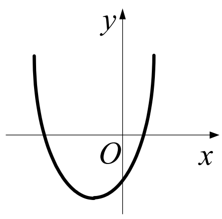
Если все боковые ребра пирамиды между собой равны, то основание высоты пирамиды совпадает с центром окружности, описанной около основания (и наоборот).

Если все боковые грани пирамиды образуют с плоскостью основания равные двугранные углы, то основание высоты пирамиды совпадает с центром окружности, вписанной в основание (и наоборот).

Если длины апофем всех боковых граней между собой равны, то основание высоты пирамиды совпадает с центром окружности, вписанной в основание (и наоборот).

Тест №1

Часть А

A1	Найти число, если 2,5% его равны $\dfrac{\left(9\frac{3}{4}:5{,}2+3{,}4\cdot 2\frac{7}{34}\right):1\frac{9}{16}}{0{,}31\cdot 8\frac{2}{5}-5{,}61:27\frac{1}{2}}$.	1) 50; 2) 100; 3) 63; 4) 7; 5) 10.
A2	Дан график функции $y=ax+b$. Сумма $a+b$ равна: 	1) $-\frac{3}{4}$; 2) -5; 3) 3; 4) $-1\frac{1}{4}$; 5) $1\frac{1}{2}$.
A3	Дан график функции $y=ax^2+bx+c$. Коэффициент a и дискриминант **D** удовлетворяют условиям: 	1) a<0; D<0; 2) a>0; D=0; 3) a>0; D<0; 4) a>0; D>0; 5) a<0; D>0.
A4	Вычислить $\dfrac{2\frac{1}{7}\cdot\frac{7}{3}-3{,}25}{\left(\left(\frac{25}{16}\right)^{\frac{9}{4}}\right)^{\frac{2}{9}}}$.	1) 1,4; 2) 1; 3) 1,5; 4) – 1; 5) 14.
A5	Наибольшая цифра x во всех пятизначных числах $\overline{67x1y}$, делящихся на 36 равна:	1) 9; 2) 2; 3) 7; 4) 1; 5) 5.
A6	Вычислить $\dfrac{2^{-2}\cdot 5^3\cdot 10^{-4}}{2^{-3}\cdot 5^2\cdot 10^{-5}}$.	1) 1; 2) 10; 3) 100; 4) $\frac{1}{10}$; 5) $\frac{1}{100}$.
A7	Упростить $\left(\sqrt[4]{32\cdot\sqrt[3]{4}}+\sqrt[4]{64\sqrt[3]{\frac{1}{2}}}-3\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}\right)\cdot\dfrac{3}{\sqrt[12]{2^5}}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
A8	Результат упрощения выражения $\dfrac{a-c}{a^2+ac+c^2}\cdot\dfrac{a^3-c^3}{a^2b-bc^2}\cdot\left(1+\dfrac{c}{a-c}-\dfrac{1+c}{c}\right):\dfrac{c(1+c)-a}{bc}$ равен:	1) 1; 2) $\frac{1}{c}$; 3) $\frac{c}{a+c}$; 4) $\frac{1}{a+c}$; 5) $a-c$.
A9	Значение выражения $\dfrac{1+2a}{1+\sqrt{1+2a}}+\dfrac{1-2a}{1-\sqrt{1-2a}}$ при $a=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ равно:	1) 3; 2) 4; 3) 2; 4) 1; 5) $\sqrt{3}$.
A10	Если x_1, x_2 – корни уравнения $2x^2-7x-3=0$, то числа $\frac{1}{x_1}$, $\frac{1}{x_2}$ являются корнями уравнения:	1) $3x^2+7x-2=0$; 2) $3x^2+7x-1=0$; 3) $3x^2+7x+2=0$;

		4) $3x^2-7x-2=0$; 5) $3x^2-7x-1=0$.
A11	Найти x, если $49^{\frac{1}{6}}\cdot 7^{2,5}=7^{\frac{1}{2}}\cdot 7^{-\frac{2}{3}}\cdot 49\cdot x^{0,5}$.	1) 7; 2) 49; 3) $\frac{1}{7}$; 4) 1; 5) $\frac{1}{49}$.
A12	Упростить $\frac{2x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-3x^{-\frac{1}{3}}}-\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{5}{3}}-x^{\frac{2}{3}}}-\frac{x+1}{x^2-4x+3}$.	1) 1; 2) 0; 3) x; 4) $\frac{1}{x}$; 5) –1.
A13	Число пар целых значений x и y, удовлетворяющих уравнению $2x^2-2xy+9x+y=2$ равно:	1) 2; 2) 4; 3) 5; 4) 6; 5) 3.
A14	Если значение выражения $\frac{x}{y}\left(\frac{y}{x}-\frac{x}{y}\left(\frac{y^2}{x^2}-\frac{x}{y}\left(\frac{y^3}{x^3}-\frac{y^4}{x^4}\right)\right)\right)$ равно 2, то отношение $\frac{y}{x}$ принимает значение:	1) 4; 2) 3; 3) 2; 4) –1; 5) 1.
A15	Упростить, зная, что значение переменной отрицательно $\frac{\sqrt{1+\left(\frac{x^2-1}{2x}\right)^2}}{\left(x^2+1\right)\cdot\frac{1}{x}}$.	1) 1; 2) $\frac{1}{2}$; 3) –1; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $\pm\frac{1}{2}$.

Часть В

В1. Известно, что из 20 т руды выплавляют 8 т металла, содержащего 5% примесей. Найти процент примесей в руде.

В2. Вычислить значение выражения $48\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1}+\frac{3}{\sqrt{3}-2}+\frac{15}{3-\sqrt{3}}\right)\cdot\left(\sqrt{3}+5\right)^{-1}$.

В3. Упростить числовое выражение $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2\sqrt{2}+3}}-\frac{\sqrt{6-4\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}-3}$.

В4. Биссектриса острого угла равнобедренной трапеции делит боковую сторону длиной 13 в отношении 26:11, считая от большего основания. Если меньшее основание равно 2, то площадь трапеции равна…

В5. Найти наименьший корень уравнения $\frac{2x+1}{x}+\frac{4x}{2x+1}=5$.

В6. Имеется три слитка. Первый слиток весит 5 кг, второй – 3 кг, и каждый из этих двух слитков содержит 30% меди. Если первый слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 56% меди, а если второй слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 60% меди. Найти массу третьего слитка.

В7. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ является биссектрисой его углов. Найти площадь параллелограмма, если его периметр равен 40, а величина угла A равна $30°$.

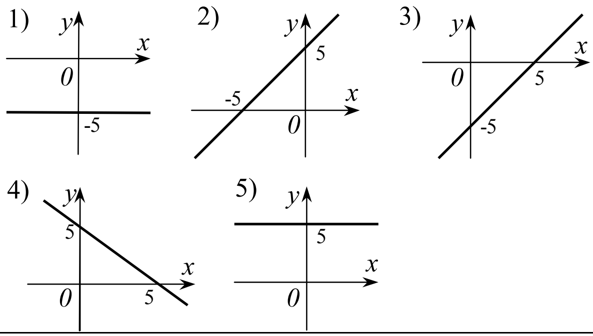
В8. Найти длину отрезка, отсекаемого прямой, заданной уравнением $y=\frac{4}{3}x+4$, от осей координат координатной плоскости.

В9. Альпинист, поднимаясь в гору, в первый час достиг высоты 800 м, а в каждый следующий час поднимался на высоту на 25 м меньшую, чем в предыдущий. За сколько часов он достигнет высоты в 5 700 м?

В10. При каком наибольшем значении a уравнение $x^2-(a+3)x+a^2=0$ имеет корень $x=3$?

Тест №2

Часть А

А1	Найти сумму корней уравнения $\frac{4x^2-7x-2}{x^2-5x+6}=0$.	1) 4,75; 2) 1,75; 3) – 0,25; 4) 5; 5) 0,25.
А2	Произведение корней уравнения $x^2+\left(\frac{x}{x-1}\right)^2=8$ равно:	1) 2; 2) –2; 3) 1; 4) – 4; 5) 4.
А3	Пара чисел (x_0, y_0)– решение системы $\begin{cases} x-4y=2 \\ \lvert y\rvert+2x=4 \end{cases}$. Найти $2x_0+y_0$.	1) 10; 2) 4; 3) 3; 4) 6; 5) – 4.
А4	Выбрать рисунок, на котором изображен график уравнения $x-y=5$. 	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
А5	Найти сумму корней уравнения $\frac{4x}{x^2+x+3}+\frac{5x}{x^2-5x+3}=-\frac{3}{2}$.	1) –2; 2) –5; 3) 2; 4) 5; 5) 0.
А6	Из пункта *А* в пункт *В*, расположенный в 24 км от *А*, одновременно отправились велосипедист и пешеход. Велосипедист прибыл в пункт *В* на 4 часа раньше пешехода. Известно, что если бы велосипедист ехал с меньшей на 4 км/ч. скоростью, то на путь из *А* в *В* он затратил бы вдвое меньше времени, чем пешеход. Найти скорость пешехода (в км/ч).	1) 5; 2) 3; 3) 4,5; 4) 4; 5) 6.
А7	Прямоугольный треугольник, периметр которого равен 10, разбит высотой, опущенной на гипотенузу, на два треугольника. Периметр одного из них равен 6. Найти периметр другого треугольника.	1) 8; 2) 4; 3) 5; 4) $3\sqrt{2}$; 5) $2\sqrt{2}$.
А8	Дана функция $g(x)=\frac{(x-3)^2(x+20)(x-\sqrt{10})^7}{x(x+8,3)^6}$. Найти все значения *x,* при которых $g(x)\ge 0$.	1) $x\in[-20,-8,3]$, 2) $x\in(-\infty,-20]\cup(0,\sqrt{10}]$, 3) $x\in[-20,0]\cup[\sqrt{10},+\infty)$, 4) $[-20;-8,3)\cup(-8,3;0)\cup\{3\}\cup[\sqrt{10};+\infty)$; 5) $[-20;-8,3)\cup(-8,3;0)\cup[\sqrt{10};+\infty)$.

A9	Произведение большего рационального корня уравнения $\frac{x^2}{3}+\frac{48}{x^2}=10\left(\frac{x}{3}-\frac{4}{x}\right)$ на количество его отрицательных корней равно:	1) 6; 2) 12; 3) 18; 4) 0; 5) 24.
A10	Произведение корней уравнения $x^2+3x+2=15\cdot\frac{x^2+5x+10}{x^2+7x+12}$ равно:	1) 9; 2) –14; 3) – 5; 4) 14; 5) 12.
A11	Каждый из рабочих должен был изготовить 36 одинаковых деталей. Первый приступил к выполнению своего задания на 4 мин позже второго, по $1/3$ задания они выполнили одновременно. Полностью выполнив свое задание, первый рабочий после двухминутного перерыва снова приступил к работе и к моменту выполнения задания вторым рабочим изготовил еще две детали. Сколько деталей в час изготавливал каждый рабочий?	1) 10 и 8; 2) 20 и 18; 3) 12 и 8; 4) 14 и 10; 5) 20 и 16.
A12	Сумма всех целых значений x, принадлежащих области определения функции $y=\sqrt{\frac{7-6x-x^2}{(x+6)^2}}$, равна:	1) –27; 2) – 15; 3) –17; 4) –24; 5) –21.
A13	Сумма всех натуральных значений k, удовлетворяющих условию $НОК(k,45)=45$, равна:	1) 75; 2) 78; 3) 63; 4) 73; 5) 61.
A14	В треугольнике основание равно 6, а высоты, опущенные на боковые стороны – 2 см и $2\sqrt{3}$ см. Найти длину большей боковой стороны.	1) $3\sqrt{3}$; 2) 4; 3) $3\sqrt{2}$; 4) $2\sqrt{3}$; 5) $2\sqrt{2}$.
A15	Четвертый член геометрической прогрессии на $17\frac{1}{3}$ больше первого члена. Если сумма первых трех членов равна $8\frac{2}{3}$, то первый член прогрессии равен:	1) $1\frac{1}{3}$; 2) 3; 3) $\frac{1}{3}$; 4) 1; 5) $\frac{2}{3}$.

Часть В

В1. В параллелограмме высоты равны 3 и 5, а острый угол равен $30°$. Найти площадь параллелограмма.

В2. Найти сумму корней уравнения $|(x-3)(x-8)|\cdot(|x|+|x-10|+|x-5|)=11(x-3)(8-x)$.

В3. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Если $\angle A=70°$, $\angle D=90°$, $\angle ABD=50°$, то градусная мера острого угла между диагоналями AC и BD равна… .

В4. Решить систему уравнений $\begin{cases} x+xy+y=11, \\ x^2y+xy^2=30 \end{cases}$ и в ответ записать наибольшее значение x.

В5. В прямоугольный треугольник вписана окружность. Найти периметр треугольника, если его гипотенуза 20, а радиус окружности 4.

В6. Сумма трех первых членов геометрической прогрессии, все члены которой целые числа, равна 91. Если к этим членам прибавить соответственно 25, 27 и 1, то получатся три числа, образующих арифметическую прогрессию. Найти седьмой член геометрической прогрессии.

B7. Сумма целых решений (решение, если оно единственное) системы неравенств $\begin{cases} 2x+8 \ge x^2, \\ (x-2)^2 \le 0, \end{cases}$ равна… .

B8. Определить сумму корней уравнения $(2x^2-3x+1)(2x^2+5x+1)=9x^2$.

B9. Для офиса решили купить 4 телефона и 3 факса на сумму 1470 долларов. Удалось снизить цену на телефон на 20%, и в результате за эту же покупку уплатили 1326 долларов. Найти цену факса.

B10. Определить количество целых решений неравенства

$\dfrac{5(x^3+6x^2+12x+8)}{(x-1)^2(x+8)} \ge \dfrac{x(x+2)^3}{(x^2-2x+1)(x+8)}$, принадлежащих отрезку $[-10;12]$.

Тест №3

Часть А

A1	Множество решений неравенства $\dfrac{1}{x} \le 1$ есть множество:	1) $(-\infty;0)$; 2) $[1,+\infty)$; 3) $(-\infty;0)\cup[1,+\infty)$; 4) $(0;1)$; 5) $(0,1]$.
A2	Количество целых решений неравенства $(x^2-3x+2)(x^3-3x^2)(4-x^2) \le 0$, не превосходящих 5 равно:	1) 8; 2) 7; 3) 9; 4) 6; 5) 10.
A3	Найти сумму целых отрицательных решений неравенства $\dfrac{(-x-1)^2(x-1)^3(2x-8)^5}{(-8-x)(2x+6)^3(4-2x)^2} \ge 0$.	1) –21; 2) – 29; 3) – 32; 4) – 23; 5) –25.
A4	Определить наименьшее решение неравенства $(x^2+3x)(2x+3) - \dfrac{16(2x+3)}{x^2+3x} \ge 0$.	1) –1,5; 2) 1; 3) –1; 4) –4; 5) –4,5.
A5	Длина промежутка, являющегося решением неравенства $2x^2+2x+1-\dfrac{15}{x^2+x+1} < 0$ равна:	1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 5; 5) $\dfrac{1}{2}$.
A6	Найти отрицательное целое решение неравенства $\dfrac{5x-7}{x-5} < 4 - \dfrac{x}{5-x} + \dfrac{3x}{x^2-25} < 4$.	1) –8; 2) –7; 3) –6; 4) –5; 5) таких нет.
A7	Сумма наибольшего и наименьшего решений системы $\begin{cases} \dfrac{2x-14}{x^2-x-12} \le 1 \\ 1{,}5 \le x \le 2{,}5 \end{cases}$ равна:	1) 3; 2) 3,5; 3) 4; 4) 2,5; 5) 4,5.
A8	Количество корней уравнения $x^2 - 5\|x\| + 6 = 0$ равно:	1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) нет корней; 5) бесконечно много.
A9	Сумма квадратов корней уравнения $\|x^2+2x\| - \|2-x\| = \|x^2-x\|$ равна:	1) $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$; 2) $\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$; 3) $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$; 4) $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$; 5) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

A10	Сколько целочисленных корней имеет уравнение $\left\|-2x-\|3x+4\|+5\right\|=1-5x$?	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) ни одного; 5) бесконечно много.
A11	Сумма целых чисел, не являющихся решением неравенства $\left\|2x^2+x+11\right\|\geq x^2-5x+6$, равна:	1) –9; 2) –10; 3) –14; 4) –15; 5) 14.
A12	Произведение натуральных решений неравенства $\left\|x^2-5\|x\|+4\right\|\geq\left\|2x^2-3\|x\|+1\right\|$ равно:	1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) –1; 5) –2.
A13	Разность наибольшего и наименьшего из чисел, не являющихся решением неравенства $\left\|\|x^2-3x+2\|-1\right\|>x-2$, равна:	1) $2\sqrt{2}$; 2) 3; 3) $2+\sqrt{2}$; 4) $\sqrt{2}$; 5) $2-\sqrt{2}$.
A14	В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка касания делит гипотенузу в отношении 2:3. Найти гипотенузу треугольника, если центр вписанной окружности удален от вершины прямого угла на расстояние $\sqrt{8}$ см.	1) 6; 2) 10; 3) $\sqrt{8}$; 4) 15; 5) 5.
A15	Основания трапеции равны a и b. Найти длину отрезка, параллельного основаниям, с концами на боковых сторонах трапеции, делящего площадь трапеции пополам.	1) $\frac{a+b}{2}$; 2) $\frac{ab}{a+b}$; 3) $\sqrt{ab}$; 4) $\sqrt{a^2+b^2}$; 5) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$.

Часть В

В1. Найти наибольшее целое решение неравенства $(x-2)^2+3>(x+5)^2$.

В2. Наименьшее решение уравнения $\left|\frac{x^2-10x+21}{x^2-12x+32}\right|=-\frac{x^2-10x+21}{x^2-12x+32}$ будет… .

В3. Найти произведение наибольшего и наименьшего из целочисленных решений системы неравенств $\begin{cases} x^2+2|x+3|-10<0, \\ \frac{|x^2-4x|+3}{x^2+|x-5|}\geq 1. \end{cases}$

В4. Определить сумму всех чисел, не являющихся решениями неравенства

$$\left|\sin^2 x-\sin^4 x\right|+\sqrt{\left(\frac{x^2-\pi^2}{1+x^2}\right)^2}>0.$$

В5. Найти произведение всех целочисленных значений переменной, которые не являются решениями неравенства $\frac{x^2+|x|-2}{x^2+|x|-6}>0$.

В6. Найти все пары целых чисел, удовлетворяющих системе $\begin{cases} 2x^2+2y^2-12x+20y+65<0, \\ 4x+2y>3. \end{cases}$.

В ответ записать наибольшее значение переменной x из найденных пар чисел.

В7. Периметр прямоугольного треугольника равен 60. Найти большую сторону, если высота проведенная к гипотенузе, равна 12.

В8. Окружность радиуса 1 вписана в треугольник ABC, в котором $\cos\angle B$=0,8. Эта окружность касается средней линии треугольника ABC, параллельной стороне AC. Найти AC.

В9. Около окружности описана трапеция, боковые и стороны которой 13 см и 15 см, а площадь равна 168 см^2. Найти сумму длин оснований трапеции.

B10. В треугольнике ABC на сторонах AB и BC взяты точки K и P так, что $AK:BK=1:2$, $CP:PB=2:1$. Прямые AP и CK пересекаются в точке E. Найти площадь треугольника ABC, если известно, что площадь треугольника BEC равна 4 см^2.

Тест №4

Часть А

А1	Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{1+3x}=1-x$?	1) нет решений; 2) 1; 3) 2; 4) 3; 5) бесконечно много.
А2	Сумма корней уравнения $\sqrt{4x+9}-\sqrt{11x+1}-\sqrt{7x+4}=0$ равна:	1) $-\frac{79}{28}$; 2) $-\frac{3}{4}$; 3) 0; 4) $\frac{3}{4}$; 5) $\frac{79}{28}$.
А3	Количество корней уравнения $\sqrt[3]{2x+1}+\sqrt[3]{6x+1}=\sqrt[3]{2x-1}$, умноженное на их сумму равно:	1) $-\frac{1}{2}$; 2) –1; 3) –2; 4) $\frac{1}{2}$; 5) 1.
А4	Сумма корней уравнения $x^2+3-\sqrt{2x^2-3x+2}=1{,}5(x+4)$ равна:	1) 5,5; 2) –5,5; 3) 1,5; 4) – 1,5; 5) 0,5.
А5	Корень уравнения $x+\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{x+2}+\sqrt{x}=3$ принадлежит промежутку:	1) $(-1;0)$; 2) $(-2;-1)$; 3) $(1;2)$; 4) $(0;1)$; 5) $(3;4)$.
А6	Сумма корней уравнения $\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{2x-6}=2$ равна:	1) 40; 2) 39; 3) 38; 4) 37; 5) 36.
А7	Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}=1$?	1) нет решений; 2) 1; 3) 2; 4) 3; 5) бесконечно много.
А8	Сумма корней уравнения $(x-3)(x+1)+3(x-3)\sqrt{\frac{x+1}{x-3}}-28=0$ равна:	1) 4; 2) $2+4\sqrt{5}$; 3) $2-\sqrt{53}+2\sqrt{5}$; 4) $2+\sqrt{53}-2\sqrt{5}$; 5) $2-2\sqrt{53}$.
А9	Разность большего и меньшего из корней уравнения $x\sqrt[3]{35-x^3}\left(x+\sqrt[3]{35-x^3}\right)=30$ равна:	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
А10	Сумма целых решений (решение, если оно единственное) системы неравенств $\begin{cases} x^2\ge 1, \\ (x+4)(1-x)\ge 0 \end{cases}$ равна:	1) – 6; 2) – 10; 3) – 9; 4) – 8; 5) 0.
А11	Вынести множитель из-под знака корня $\sqrt{50a^{46}}$, если $a<0$.	1) $5a^{23}\sqrt{10}$; 2) $-5a^{23}\sqrt{-2}$; 3) $5a^{23}\sqrt{2}$; 4) $-5a^{23}\sqrt{2}$; 5) $-5\lvert a\rvert^{23}\sqrt{2}$.
А12	Сумма целых решений неравенства $(x-3)\sqrt{x^2+x-2}\ge 0$, меньших 5, равна:	1) 7; 2) 8; 3) 9; 4) 6; 5) 5.

A13	Количество целых решений неравенства $\dfrac{\sqrt{6+x-x^2}}{2x+5} \geq \dfrac{\sqrt{6+x-x^2}}{x+4}$ будет:	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
A14	Какова сумма натуральных чисел, удовлетворяющих условию $\dfrac{\sqrt{52-x^2}}{2-x} < 1$?	1) 28; 2) 27; 3) 26; 4) 25; 5) 24.
A15	Если (x, y) – решение системы $\begin{cases} 5-\sqrt{-6-y}=\sqrt{x+y}, \\ \sqrt{x+y}+2=\sqrt{-3+x}, \end{cases}$ то сумма $x+y$ равна:	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

Часть В

В1. Больший корень уравнения $x=(\sqrt{1+x}+1)(\sqrt{10+x}-4)$ равен... .

В2. Меньший корень уравнения $\sqrt{2x^2+3x+5}+\sqrt{2x^2-3x+5}=3x$ равен… .

В3. Сумма корней уравнения $\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}=x^2-4x+6$ равна… .

В4. Найти сумму целых корней уравнения $\dfrac{|3x+5|+|3x-14|-19}{\sqrt{x-2}}=0.$

В5. Найти произведение корней уравнения $\sqrt{5|x-5|-6}+\sqrt{3|x-5|-5}=3$.

В6. Если (x, y) – решение системы $\begin{cases} x^2-6y^2-xy-2x+11y-3=0, \\ \sqrt{x-3y+2}+\sqrt{x+2y-5}=x+y-7, \end{cases}$ то ние $x-y$ равно… .

В7. Угол между боковой гранью и плоскостью основания правильной треугольной пирамиды равен 45°. Объем пирамиды равен $\dfrac{1}{3}$. Найти длину стороны основания пирамиды.

В8. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого равные стороны содержат по 6 см, а третья сторона 8 см. Боковые ребра равны между собой и каждое содержит 9 см. Определить объем этой пирамиды.

В9. *A* и *B* – точки на ребре двугранного угла в 60°; *AC* и *BD* – перпендикуляры к ребру, проведенные в разных гранях. Определить расстояние *CD*, если *AB*=3 см, *AC*=2 см, *BD*=3см.

В10. Основанием пирамиды является равнобедренная трапеция, длины боковых сторон которой равны 5. Известно, что в указанную трапецию можно вписать окружность и что прямая, соединяющая середины боковых сторон трапеции, делит ее на две части, отношение площадей которых равно 3:7. Найти объем пирамиды, если ее высота равна периметру основания.

Тест №5

Часть А

A1	Вычислить $ctg\dfrac{\alpha}{2}$, если $\sin\alpha=\dfrac{8}{17}$ и $tg\alpha<0$.	1) 4 или $\dfrac{1}{4}$; 2) 4; 3) $\dfrac{1}{4}$; 4) $\dfrac{3}{5}$; 5) $\dfrac{5}{3}$.
A2	Результат упрощения выражения $\left(\dfrac{1}{\sin\alpha}-\dfrac{1}{\sin 3\alpha}\right)\cdot\dfrac{1}{\cos\alpha+\cos 5\alpha}$ имеет вид:	1) $1/\sin 6\alpha$; 2) $2/\cos 3\alpha$; 3) $2/\sin 6\alpha$; 4) $\sin 4\alpha$; 5) $\cos 6\alpha$.

А3	Результат вычисления выражения $2\sin 44^{\circ}\cos 16^{\circ} + 2\sin^2 31^{\circ} - 1$ равен:	1) 1; 2) $\sqrt{3}$; 3) $0{,}5\sqrt{3}$; 4) $0{,}5$; 5) $0{,}5\sqrt{2}$.
А4	Значение выражения $\arccos(\sin(-2))$ равно:	1) $1{,}5\pi - 2$; 2) $\pi - 2$; 3) $0{,}5\pi - 2$; 4) $2 - 0{,}5\pi$; 5) 2.
А5	Найти $tg\alpha$, если $\dfrac{4\sin\alpha - 3\cos\alpha}{2\cos\alpha - 5\sin\alpha} = -\dfrac{23}{27}$.	1) – 4; 2) 1; 3) – 2; 4) – 5; 5) 6.
А6	Посчитать $\cos 10^\circ \cos 30^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ$.	1) 1; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{3}{16}$; 5) $\frac{1}{2}$
А7	Образующая конуса равна 6, а угол между нею и плоскостью основания равен 45°. Найти объем конуса.	1) $54\sqrt{2}\pi$; 2) $27\sqrt{2}\pi$; 3) 27π; 4) $18\sqrt{2}\pi$; 5) $9\sqrt{2}\pi$.
А8	Наименьшее натуральное решение неравенства $\lvert\cos x\rvert < 0{,}5\sqrt{3}$ равно:	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 0.
А9	Число корней уравнения $\cos(x + 60^\circ) = \sin(x - 30^\circ)$ на интервале $180^\circ < x < 270^\circ$ равно:	1) нет корней; 2) 1; 3) 2; 4) 3; 5) 4.
А10	Результатом упрощения выражения $\sin 27^\circ \cos 49^\circ - \sin 243^\circ \sin 49^\circ$ является:	1) $-\sin 22^\circ$; 2) $\sin 76^\circ$; 3) $\sin 22^\circ$; 4) $\cos 76^\circ$; 5) $\cos 22^\circ$.
А11	Вычислить $\dfrac{100\sin^3 x}{5\sin x - 3\cos x}$, если $tgx = -3$.	1) 5; 2) 100; 3) 2; 4) 0,2; 5) 15.
А12	Указать количество корней уравнения $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin(3x + \pi/4)$ на отрезке $[\pi/4; 3\pi/4]$.	1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3; 5) 4.
А13	Сколько корней имеет уравнение $(1 - 2\cos\pi x)\log_{0,2}(x - x^2) = 0$?	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) иной результат.
А14	Найти число целых решений неравенства $(ctg^2 x + 4)(x^2 - 6) < 0$.	1) 4; 2) 3; 3) 2; 4) 1; 5) 5.
А15	Два противоположных ребра правильного тетраэдра служат диаметрами оснований цилиндра. Если объем цилиндра равен $64\sqrt{2}\pi$, то ребро тетраэдра равно:	1) $8\sqrt{2}$; 2) 8; 3) $4\sqrt{2}$; 4) 16; 5) $16\sqrt{2}$.

Часть В

В1. Вычислить $256 \cdot \cos\frac{\pi}{65}\cos\frac{2\pi}{65}\cos\frac{4\pi}{65}\cos\frac{8\pi}{65}\cos\frac{16\pi}{65}\cos\frac{32\pi}{65}$.

В2. Вычислить $ctg^{-2}\left(arctg\frac{\sqrt{3}}{4} + arctg\frac{3\sqrt{3}}{7}\right)$.

В3. Найти сумму корней уравнения $\sin(180^{\circ} - x) + \sin 3x - 4\cos^3 x = 0$ в интервале $[0^{\circ}; 180^{\circ})$.

В4. На отрезке $[500^\circ, 600^\circ]$ решить уравнение $2 - \cos^2 x = \dfrac{\sqrt{3 + 4\cos 4x} - \sqrt{1 - \cos 4x}}{\sqrt{3 + 4\cos 4x} + \sqrt{1 - \cos 4x}}$.

В5. Решить систему $\begin{cases} \lvert\sin 0{,}5\pi(x + y)\rvert + (x - y - 2)^2 = 0, \\ \lvert 2x + 3\rvert \le 2, \\ x > -2. \end{cases}$ В ответ указать $x + y$.

B6. Правильная треугольная пирамида рассечена плоскостью, перпендикулярной к основанию и делящей две стороны основания пополам. Найти площадь сечения пирамиды, если сторона ее основания 8, а тангенс двугранного угла при основании $3\sqrt{3}$.

B7. Вычислить $\sqrt{5}\sin\left(\frac{1}{2}arcctg\left(-\frac{3}{4}\right)\right)$.

B8. Решить уравнение $2\sin^2 x - 3\sin 3x = 5$ на промежутке $[-90°,135°]$. В ответ записать корень в градусах.

B9. Решить неравенство $\left(-x^2+4x-3\right)\cdot\lg\left(\cos^2 \pi x+9\right)\geq 1$. Указать наибольшее целое решение.

B10. Определить число целых решений неравенства $\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^{x^2-2x-8} < \left(ctg\frac{\pi}{3}\right)^{x^2-2x-8}$.

Тест №6

Часть А

A1	Вычислить $\dfrac{\log_4 5 + 3\log_{16} 625 - \log_2\sqrt{5}}{\dfrac{3}{\log_5 64}+\dfrac{1}{\log_{125} 8}}$.	1) 1; 2) –2; 3) 3; 4) –3; 5) 2.
A2	Вычислить c^a, если $b^c = 25,\quad b^a = 5,\quad c^c = 36.$	1) 6; 2) 7; 3) 8; 4) 9; 5) 10.
A3	Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 9 м и 12 м, все боковые ребра равны 12,5 м. Найти объём пирамиды (в $м^3$).	1) 530; 2) 360; 3) 350; 4) 300; 5) 285.
A4	Найти сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $27^x + 12^x = 2\cdot 8^x$.	1) 2; 2) 3; 3) 0; 4) – 2; 5) 1.
A5	Найти произведение корней уравнения $3^{2x^2+6x-9} + 4\cdot 15^{x^2+3x-5} = 3\cdot 5^{2x^2+6x-9}$.	1) 4; 2) –4; 3) 1; 4) –1; 5) 6.
A6	Вычислить $\dfrac{\log_{28} 7\cdot\log_{0,25} 7}{\log_{28} 7+\log_{0,25} 7}$.	1) 0,25; 2) 1; 3) 4; 4) 7; 5) 28.
A7	Найти наибольшее положительное решение неравенства $\log_8\left(x^2-4x+3\right)\leq 1$.	1) 7;2) 10; 3) 2; 4) 5; 5) 6.
A8	Параллельно стороне *AB* треугольника *ABC* проведена прямая, пересекающая сторону *AC* в точке *D* так, что $AD:DC = 1:4$. Если площадь треугольника *ABC* равна 75, то площадь получившейся трапеции равна:	1) 15; 2) 60; 3) 18,75; 4) 27; 5) 48.
A9	Найти произведение корней (или корень, если он единственный) уравнения $3x^2\log_x 625\cdot\log_{125} x = 4x+8$.	1) 3; 2) 2; 3) 3,2; 4) 1; 5) 4.
A10	Вычислить $\dfrac{3\log_5 15\cdot\log_5 9 - 2\log_5^2 15 - \log_5^2 9}{\log_5 9 - \log_5 15}$.	1) 8; 2) 4; 3) 2; 4) – 3; 5) 7.
A11	Решить систему уравнений $\begin{cases} x\cdot 2^{x+1} - 2\cdot 2^y = -3y\cdot 4^{x+y}, \\ 2x\cdot 2^{2x+y} + 3y\cdot 8^{x+y} = 1 \end{cases}$ и найти $x_0 + 2y_0$, где $(x_0;y_0)$ - решение системы.	1) 0; 2) –1; 3) 2; 4) –2; 5) 4.

A12	Найти количество натуральных решений неравенства $\log_{25}\log_4 4x \ge \log_5 \log_8 x$.	1) 0; 2) 2; 3) 64; 4) 63; 5) 60.
A13	Найти наибольшее целое решение неравенства $\log_{x-2} x \le \log_{x-2} 4$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
A14	Найти наибольшее целое отрицательное решение неравенства $\log_2((5-x)\cdot(2-x)) > \log_4(x-2)^2$.	1) –7; 2) –1; 3) –3; 4) –4; 5) –11.
A15	Найти произведение корней (или корень, если он единственный) уравнения $\log_{\frac{x}{16}} 2 + 2\log_{\frac{x}{2}} 2 \cdot \log_{\frac{x}{4}} 2 = 0$.	1) 3; 2) 2; 3) 4; 4) 8; 5) 0,25.

Часть В

В1. Найти произведение корней уравнения $\log_{144}(x-3)^2 = \log_{12}\sqrt{3x-5}$.

В2. Найти больший корень уравнения $\sqrt{5-x}\left(3^{x^2-7,2x+3,9} - 9\sqrt{3}\right) = 0$.

В3. Найти меньший корень уравнения $\log_{x^2+6x+8}\log_{2x^2+2x+3}\left(x^2-2x\right) = 0$.

В4. Решить уравнение $\frac{3}{2}\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2 - 3 = \log_{\frac{1}{4}}(4-x)^3 - \log_4(x+6)^3$. В ответе указать сумму целочисленных корней.

В5. Найти длину промежутка, на котором выполняется неравенство $x^2 \cdot 5^x - 5^{2+x} < 0$.

В6. Решить неравенство $2^{-|x-2|} \cdot \log_2\left(4x - x^2 - 2\right) \ge 1$. В ответе указать сумму целочисленных решений.

В7. Найти наименьшее целое число, принадлежащее области значений функции $f(x) = \log_2\left(x^2 - 2x + 6\right)$.

В8. Вычислить сумму квадратов корней уравнения $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 4$.

В9. Найти произведение корней уравнения
$\sqrt{x}\left(9^{\sqrt{x^2-3}} - 3^{\sqrt{x^2-3}}\right) = 3^{2\sqrt{x^2-3}+1} - 3^{\sqrt{x^2-3}+1} + 6\sqrt{x} - 18$.

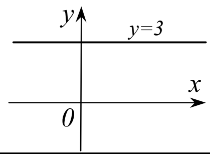
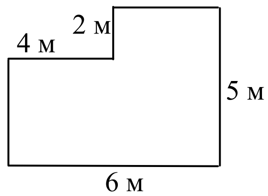
В10. Осевое сечение конуса – треугольник, две стороны которого равны 12 и 26. Во сколько раз длина линии касания боковой поверхности конуса и вписанного в него шара больше длины окружности радиуса $\frac{30}{13}$?

Тест №7

Часть А

A1	Найти область определения функции $y = \sqrt{\frac{x+28}{3} - 5x} - 14$.	1) -40; 2) $[2;+\infty)$; 3) $(-\infty;2]$; 4) $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$; 5) $(2;+\infty)$.
A2	Выражение $\sqrt{\frac{x-8}{8} - \frac{x+3}{3} + 7}$ не имеет смысла при каждом значении x из промежутка:	1) $(24;+\infty)$; 2) $(-\infty;24)$; 3) $\left(\frac{1}{24};+\infty\right)$; 4) $\left(-\infty;-\frac{168}{11}\right)$; 5) $(-\infty;24]$.

A3	Найти все значения x, при которых выражение $\frac{40-9x}{40}+\frac{x}{4}-\frac{2x-1}{8}$ принимает отрицательные значения.	1) $(5;+\infty)$; 2) $\left(\frac{1}{5};+\infty\right)$; 3) $(-\infty;5)$; 4) $\left(\frac{35}{9};+\infty\right)$; 5) $(-\infty;5]$.
A4	Если высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, делит её на отрезки, длины которых 4 и 9, то площадь треугольника равна:	1) 234; 2) 78; 3) 39; 4) 468; 5) $19{,}5$.
A5	Среди функций: 1) $y=\sin x$; 2) $y=3^x$; 3) $y=\log\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$; 4) $y=0{,}5\cdot\left(3^x+3^{-x}\right)$; 5) $y=\cos x$ нечетными являются:	1) 1 и 2; 2) 1, 3 и 4; 3) 1 и 3; 4) 1 и 5; 5) 2, 3 и 5.
A6	Обратной функцией к функции $y=(x+1)^2,\ x\in[1;+\infty)$ является функция:	1) $y=\sqrt{x}-1,\ x\in[4;+\infty)$; 2) $y=1-\sqrt{x},\ x\in[0;+\infty)$; 3) $y=\sqrt{x+1},\ x\in[-1;+\infty)$; 4) $y=-\sqrt{x+1},\ x\in[-1;+\infty)$; 5) $y=\sqrt{x-1},\ x\in[1;+\infty)$.
A7	Составить уравнение параболы с осью симметрии, параллельной оси ординат, если эта парабола проходит через точки $(-2;-3),(-1;2),(1;0)$.	1) $y=-2x^2-x+3$; 2) $y=2x^2-x+3$; 3) $y=-2x^2+x+3$; 4) $y=2x^2+x+3$; 5) $y=-2x^2-x-3$.
A8	Область определения функции $y=\sqrt{(x-2)\sqrt{x}}$ представляет собой:	1) луч; 2) отрезок; 3) точку; 4) объединение двух лучей; 5) объединение точки и луча
A9	Найти множество значений функции $y=10\cos^2 x-6\sin x\cos x+2\sin^2 x$.	1) $[-6;-18]$; 2) $[1;18]$; 3) $[1;11]$; 4) $[-6;11]$; 5) другой ответ.
A10	Найти наименьший период функции $f(x)=2tg\frac{x}{2}+4tg\frac{x}{3}$.	1) π; 2) 2π; 3) 6π; 4) 4π; 5) 3π.
A11	Найти функцию, обратную к функции $f(x)=\frac{2x+3}{5x-2}$.	1) $f(x)=-\frac{2x+3}{5x-2}$; 2) $f(x)=\frac{5x-2}{2x+3}$; 3) $f(x)=-\frac{5x-2}{2x+3}$; 4) $f(x)=\frac{2x+3}{5x-2}$; 5) другой ответ.
A12	Среди данных точек выбрать ту, которая принадлежит графику функции, изображенному на рисунке:	1) $E(0;-3)$; 2) $B(3;0)$;

		3) $E(0;0)$; 4) $M(-9;3)$; 5) $C(-\sqrt{3};\sqrt{3})$.
A13	Последовательность (a_n) задана формулой n-го члена: $a_n = 4n^2 - 5n - 2$. Второй член этой последовательности равен:	1) -10; 2) 16; 3) 10; 4) 8; 5) 4.
A14	Найти количество плиток размером 20 см $\times$ 20 см, которое понадобится для укладки пола кухни. Схема и размеры пола изображены на рисунке. 	1) 55; 2) 50; 3) 250; 4) 500; 5) 550.
A15	Если $(x_0; y_0)$ – решение системы уравнений $\begin{cases} \log_4(x+y) + \log_4 3 = \log_4 18, \\ \log_2(x+5y+2) = 4, \end{cases}$ то разность $x_0 - y_0$ равна:	1) $\frac{31}{2}$; 2) 2; 3) 15 4) 6; 5) -2.

Часть В

В1. Найти область определения функции $y = \dfrac{\lg x}{\arcsin(x-3)}$. В ответ указать наибольшее число, принадлежащее области определения.

В2. В четырехугольную пирамиду вписан конус, площадь боковой поверхности которого равна $4\sqrt{26}\pi$. Найти высоту конуса, если основание пирамиды – равнобедренная трапеция, параллельные стороны которой равны 2 и 8.

В3. В правильной треугольной пирамиде площадь боковой поверхности равна $18\sqrt{3}$, а площадь основания равна $9\sqrt{3}$. Найти радиус шара, вписанного в эту пирамиду.

В4. При каком наибольшем значении x функция $y = |x-1| + |x-3|$ принимает наименьшее значение?

В5. Найти наибольшее значение функции $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-2x}$.

В6. В прямой параллелепипед вписан шар, площадь поверхности которого равна 16π. Найти объем параллелепипеда, если одна из сторон основания равна 5.

В7. В каких точках график функции $y = \sqrt{-x+9} - \sqrt{-x+4}$ пересекается с прямой $y = 1$? В ответ указать наибольшую абсциссу этих точек.

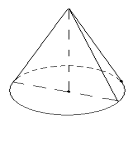
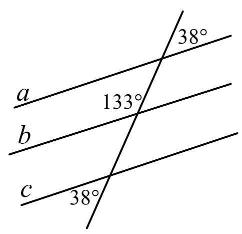
В8. На графике функции $y = \dfrac{4}{5}x\dfrac{x^2+1}{x+1}$ найти точку с целочисленными координатами, ордината которой в два раза больше ее абсциссы. В ответ указать сумму координат этой точки.

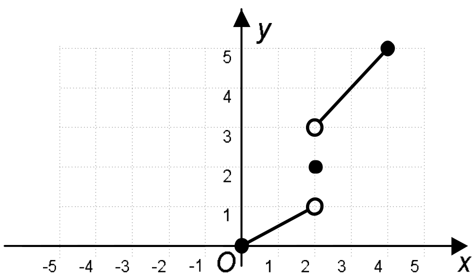
B9. В треугольную пирамиду вписан конус, площадь основания которого равна π. Найти объем пирамиды, если площадь боковой поверхности пирамиды равна $7\sqrt{10}$, а периметр основания равен 14.

B10. В сферу вписана четырехугольная призма, в основании которой лежит трапеция, основания которой равны $3\sqrt{3}$ и $5\sqrt{3}$, а один из её равен $30°$. Найти радиус сферы, если высота призмы равна $8\sqrt{2}$.

Тест №8

Часть А

A1	Если a и b целые числа, такие, что $ab = 65$, то числа a и b:	1) оба четные; 2) разной четности; 3) не существуют; 4) оба нечетные; 5) разных знаков.
A2	Радиус основания конуса равен 5. Если осевым сечением конуса является равносторонний треугольник,  то образующая конуса равна:	1) 10; 2) 4; 3) 5; 4) $5\sqrt{2}$; 5) 2,5.
A3	Используя данные, указанные на рисунке, определить какие утверждения верны:  1) прямая a перпендикулярна прямой c; 2) прямая b параллельна прямой c; 3) прямая a параллельна прямой b; 4) прямая a параллельна прямой c; 5) прямая b перпендикулярна прямой c.	1) 1; 2) 2; 3; 4; 3) 3; 4) 4; 5) 1; 5.
A4	Найти координаты точки пересечения графика уравнения $2y + 5x = -10$ с осью Ox.	1) $(-5;0)$; 2) $(0;0)$; 3) $(-2;0)$; 4) $\left(-\frac{1}{2};0\right)$; 5) $(-10;0)$.
A5	Среди данных уравнений выбрать то, график которого параллелен оси Oy.	1) $x - y = 7$; 2) $2x - y = 7$; 3) $y - x = 0$; 4) $y + 7 = 0$; 5) $x + 7 = 0$.
A6	Результат вычисления $8^{\frac{1}{3}\log_5 7\cdot\log_7 125}$ равен:	1) 2; 2) 0,5; 3) 5; 4) $\frac{1}{8}$; 5) 8.
A7	Сумма трех углов, образованных при пересечении двух прямых равна $286°$. Больший из этих углов равен:	1) $74°$; 2) $106°$; 3) $184°$; 4) $169°$; 5) $94°$

А8	Книга стоила 7 тысяч рублей. После подорожания она стала стоить 8,4 тысяч. На сколько процентов подорожала книга?	1) 25; 2)15; 3) 16; 4) 18; 5) 20.
А9	Сторона AC треугольника ABC равна $2\sqrt{14}$. Параллельно стороне AC проведена прямая, пересекающая другие его стороны в точках M и N и делящая площадь треугольника в отношении $S_{BMN}:S_{AMNC}=3:4$. Тогда MN равно:	1) $\frac{6}{7}\sqrt{14}$; 2) $\sqrt{42}$; 3) $\frac{3\sqrt{14}}{2}$; 4) $3\sqrt{6}$; 5) $2\sqrt{6}$.
А10	Сумма корней уравнения $\sin\pi x=1+\cos\pi x$, принадлежащих отрезку $[-1;2]$, равна:	1) 1,25; 2) 1,5; 3) 0,5; 4) 2; 5) 2,5.
А11	Сумма корней уравнения $10\sin 3x\cos 3x+\sin 6x\cos 5x=0$, принадлежащих промежутку $[150°;\ 220°]$, равна:	1) $150°$; 2) $370°$; 3) $540°$; 4) $180°$; 5) $720°$.
А12	Основанием прямой призмы является ромб со стороной a и углом $60°$. Если диагональ боковой грани призмы наклонена к плоскости основания под углом $30°$, то объем этой призмы равен:	1) $\frac{a^3}{2}$; 2) $\frac{a^3}{4}$; 3) $\frac{\sqrt{3}\,a^3}{4}$; 4) $\frac{\sqrt{3}\,a^2}{2}$; 5) $\frac{3a^3}{8}$
А13	Результат упрощения выражения $\log_3 15+7^{\log_{49}\left(\sqrt{5}-4\right)^2}-\log_3 5-14^{\frac{1}{\log_2 7}}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\log_2 7}}$ равен:	1) $\log_3 10$; 2) $\sqrt{5}-5$; 3) $\sqrt{5}-6$; 4) $3-\sqrt{5}$; 5) -12
А14	Областью значений функции, заданной графически, является:  	1) $[0;5]$; 2) $[0;4]$; 3) $[0;2)\cup(2;4]$; 4) $[0;1]\cup[3;5]$; 5) $[0;1)\cup\{2\}\cup(3;5]$.
А15	Среднее арифметическое корней уравнения $\lvert\sin x\rvert=2\cos x-\sin x$, принадлежащих отрезку $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$, равно:	1) $\frac{3\pi}{4}$; 2) $\frac{5\pi}{8}$; 3) $\frac{5\pi}{12}$; 4) $\frac{3\pi}{5}$; 5) $\frac{7\pi}{6}$.

Часть В

В1. Найти сумму корней (корень, если он единственный) уравнения

$$4^{\sqrt{x+5}}+4=2^{\sqrt{x+5}+2}+2^{\sqrt{x+5}}.$$

В2. Найти значение выражения $\dfrac{26\cdot\sqrt[3]{14}\cdot\sqrt{14\sqrt[3]{14}}}{\left(\sqrt[4]{196}-1\right)\left(\sqrt[4]{196}+1\right)}$.

В3. Найти значение выражения $\left(\sqrt[8]{a^2+5+2a\sqrt{5}}+\sqrt[4]{a+\sqrt{5}}\right)\cdot\sqrt[4]{a-\sqrt{5}}$ при $a=\sqrt{630}$.

B4. Вычислить $3\sqrt{37}\cos\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{6}\right)\right)$.

B5. В параллелограмме $ABCD$ известно, что $\angle CAD = 30^\circ$, вершина B удалена от диагонали AC на 3, а от стороны AD на 4. Найти площадь параллелограмма.

B6. Найти произведение корней уравнения (или корень, если он единственный) $x\sqrt{x^2-15}+3\sqrt{x}\cdot\sqrt[4]{x^2-15}=10$.

B7. Сторона основания правильной треугольной пирамиды $SABC$ имеет длину $4\sqrt{3}$, высота пирамиды 12. На ребре основания AC выбрана точка M, такая, что $AM:MC=3:1$. Найти площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку M перпендикулярно ребру AC.

B8.Найти произведение целых корней уравнения $\left|x^2-5x-14\right|+\left|x^2-10x+16\right|=5x-30$.

B9. Известно, что функция $y=f(x)$ нечетна и определена на всей числовой прямой. На промежутке $(0;10)$ функция имеет шесть нулей. Найти количество нулей данной функции на промежутке $(-10;10)$.

B10. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник с углом при вершине 120° и боковой стороной 4. Одно из боковых ребер перпендикулярно к основанию, а два других наклонены к нему под углом, тангенс которого $\sqrt{2}$. Найти площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через наибольшую сторону основания и делящей пополам противолежащее ребро.

Тест №9

Часть А

A1	Найти x из пропорции $\dfrac{17{,}7-2{,}6:\frac{4}{3}}{x}=\dfrac{5-\frac{4}{5}\cdot 0{,}625}{\left(\frac{23}{5}+\frac{7}{3}\right):\frac{26}{15}}$	1) 14; 2) 16; 3) 7; 4) 10,5; 5) 28.
A2	Окружность с центром в точке $M\,(2;\,9)$ и радиусом 5 задается уравнением:	1) $(x-9)^2+(y-2)^2=25$; 2) $(x+2)^2+(y+9)^2=25$ 3) $(x+2)^2+(y+9)^2=5$; 4) $2x^2+9y^2=25$ 5) $(x-2)^2+(y-9)^2=25$
A3	Множеством значений функции $f(x)=\sqrt{\log_2\sin x}$ является:	1) $(0;+\infty)$; 2) $(0;1]$; 3) $\{0\}$; 4) $[0;1]$; 5) другой ответ.
A4	Упростить выражение $\dfrac{\sqrt{a^3}-2a-4\sqrt{a}+8}{\sqrt{a^3}-6a+12\sqrt{a}-8}-\dfrac{4}{\sqrt{a}+2}$ и вычислить его при $a=14$.	1) –2,6; 2) 2,6; 3) 0,6; 4) 1; 5) 2,5.
A5	Значение выражения $\left(\log_2\left(\log_{\sqrt{2}}9\cdot\log_{\sqrt{3}}2\right)\right)^{\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}0{,}5}$ равно:	1) 4; 2) 3; 3) –1; 4) 4,5; 5) $\sqrt{2}$.
A6	Если $\sin\alpha-\cos\alpha=\dfrac{9}{10}$, то $\left(6\sin\alpha-8\sin^3\alpha\right)\cos5\alpha-\sin8\alpha$ равно:	1) 0,19; 2) 0,1; 3) –0,19; 4) 0,2; 5) 1.
A7	Решить уравнение $6^x+\sqrt{6^x-2}=8$. Указать сумму корней (или корень, если он единственный).	1) 1; 2) –1; 3) $\log_6 11$; 4) $1+\log_6 11$; 5) $\log_6 66$.

A8	Решить систему уравнений $\begin{cases} \lvert x+5\rvert+1=\frac{1}{3}y \\ \lvert y-2\rvert-4x=28 \end{cases}$ и найти $x+y$.	1) –1; 2) 1; 3) 0; 4) 12; 5) –12.
A9	Какие из функций являются четными: 1) $y=\sin x\cos x$; 2) $y=\mathrm{tg}x$; 3) $y=x+1$; 4) $y=\cos 3x$; 5) $\frac{\lvert x\rvert}{(3^x+2^x)^2}$?	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
A10	Сумма корней (или корень, если он единственный) уравнения $\frac{\sin 2x}{\sin 7x}=1$, удовлетворяющих условию $150° < x < 220°$, равна:	1) $180°$; 2) $370°$; 3) $396°$; 4) $216°$; 5) $220°$.
A11	Решить неравенство $\frac{1-\log_{0,5}(-x)}{\sqrt{2-6x}}<0$.	1) $\left(0;\frac{1}{2}\right)$; 2) $[0;1)$; 3) $(-1;0]$; 4) $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$; 5) $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.
A12	Колонна суворовцев длиной 15 м прошла аллею парка за 2 минуты, а мимо пенсионера, отдыхавшего на лавочке, за 10 секунд. Найти длину аллеи парка.	1) 150 м; 2) 165 м; 3) 155 м; 4) 180 м; 5) 175 м.
A13	В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла B проведены медиана BE и высота BK. Найти площадь ΔBKE, если $BK=\sqrt[4]{3}$, а $\angle BCA=30°$.	1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{2}$; 5) $\frac{4}{3}$.
A14	Основанием прямой призмы служит ромб, а площади ее диагональных сечений равны 3 и 4. Найти площадь боковой поверхности призмы.	1) 15; 2) 13; 3) 9; 4) 10; 5) 12.
A15	Наименьшее расстояние между точками пересечения графика функции $y=\cos\frac{x}{2}$ с осью абсцисс равно:	1) 2; 2) π; 3) $\frac{\pi}{2}$; 4) 1; 5) 2π.

Часть В

В1. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K так, что $BK=4$, $CK=2$. Найти площадь параллелограмма, если величина угла A равна $30°$.

В2. На сторонах AC и BC треугольника ABC даны точки M и N, такие, что $\frac{AM}{MC}=\frac{CN}{NB}=2$. Отрезки AN и BM пересекаются в точке L. Чему равна площадь треугольника ABC, если площадь треугольника ABL равна 4?

В3. В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен $60°$, а радиус окружности, описанной около боковой грани, равен 1. Найти объем пирамиды V. В ответ записать $2\sqrt{6}\cdot V$.

В4. Определить число корней уравнения $(\sin x+\sqrt{2}\cos 44°)(tg\pi x-1)=0$, принадлежащих отрезку $[-1;1]$.

В5. Периметр параллелограмма равен 30 см, площадь равна 36 см^2, а синус острого угла равен $\frac{2}{3}$. Определить большую высоту параллелограмма.

B6. Найти сумму корней уравнения (или корень, если он единственный)

$$\frac{2}{x}-\frac{\sqrt{8-2x}}{x^2}=\frac{1}{\sqrt{8-2x}}.$$

B7. Найти наименьшее положительное число, не принадлежащее области определения функции $f(x)=-4tg\frac{\pi(x+6)}{4}+1$.

B8. Найти произведение большего корня на количество корней уравнения

$$\left|x^3+2x^2-9\right|=x^3+9.$$

B9. Найти сумму наибольшего и наименьшего целых решений неравенства

$$\log_8(x+1)\cdot\log_8(x-8)\le\log_8\left(x^2-7x-8\right)-1.$$

B10. Первый член арифметической прогрессии в два раза больше первого члена геометрической прогрессии и в пять раз больше второго члена геометрической прогрессии. Четвертый член арифметической прогрессии составляет 50% от второго ее члена. Найти первый член арифметической прогрессии, если известно, что второй ее член больше третьего члена геометрической прогрессии на 36.

Учебное издание

Митенков Вадим Иванович

МАТЕМАТИКА

Справочные материалы и контрольные задания для слушателей подготовительных курсов БГУ

В авторской редакции

Ответственный за выпуск *В. И. Митенков*

Подписано в печать 22.09.2011. Формат 60×84/8. Бумага офсетная.
Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 4,65. Уч.- изд. л. 2,22. Тираж 50 экз. Зак.

Белорусский государственный университет.
ЛИ № 02330/0494425 от 08.04.2009.
Пр. Независимости, 4, 220030, Минск.

Отпечатано с оригинала-макета заказчика
на копировально-множительной технике
Белорусского государственного университета.
Пр. Независимости, 4, 220030, Минск.