Вычисление реальной ставки процентов при инвестировании средств в краткосрочные депозитные и кредитные финансовые операции с учетом действия инфляции

Кирлица В.П.,

кандидат физико-математических наук, доцент,

Колядко Н.А.,

Белорусский государственный университет

Наращенная сумма S краткосрочной финансовой операции, как известно [1,2], определяется формулой: $S = P(1+ni)$, где P- начальная сумма, n- срок финансовой операции, измеряемый в годах, i - годовая ставка процентов. Чем больше значение i, тем эффективнее финансовая операция, если не учитывается действие инфляции. В современных условиях инфляция в денежных отношениях играет заметную роль и без ее учета конечные результаты представляют собой весьма условную величину. Реальное значение финансовой операции i_p может значительно отличаться от объявленного значения i. Учет инфляции значительно усложняет вычисление реальной эффективности i_p. А это значение как раз больше всего интересует инвесторов. Это и определяет актуальность тематики данной статьи. Реальная эффективность i_p вычисляется по формуле [1]:

$$i_p = \frac{1}{n}\left(\frac{1+ni}{j_p} - 1\right), \tag{1}$$

где j_p - индекс цен.

Индекс цен j_p зависит от темпа инфляции за период n, охватываемый финансовой операцией. Пусть срок n финансовой операции разбит на m интервалов с длительностями $n_1, n_2, ..., n_m$, $n_1 + ... + n_m = n$, а $h_1, h_2, ..., h_m$ - соответствующие темпы инфляции на этих интервалах, измеренные в долевом отношении. Тогда, как известно [1], $j_p = (1+h_1)(1+h_2)\cdot ...\cdot(1+h_m)$.

После того, как финансовая операция уже завершилась, вычисление указанных характеристик финансовой операции не предоставляет труда, поскольку значения темпов инфляции $h_1, h_2, ..., h_m$ известны и по ним может быть вычислен индекс цен j_p.

Однако перед инвестором уже в самом начале финансовой операции возникает вопрос, как оценить реальную эффективность i_p, так как значения темпов инфляции $h_1, h_2,..., h_m$ в предстоящие периоды не известны. Чтобы оценить значения темпов инфляции $h_1, h_2,..., h_m$ используются различные методы математического прогнозирования, основанные на обработке ранее полученных статистических данных и использующие сложный математический аппарат [3].

В данной статье, как нам представляется, предлагается более простой (и менее обремененный сложным математическим аппаратом) подход к оценке значения индекса j_p. Поскольку значения $h_1, h_2,..., h_m$ темпов инфляции в самом начале финансовой операции неизвестны, будем считать их случайными величинами с заданными или спрогнозированными законами распределения вероятностей. Законы распределения вероятностей задаются либо экспертным путем, либо на основе предыдущих статистических наблюдений. В этом случае реальное значение эффективности i_p будут также случайной величиной, и исследователя в данной ситуации будет интересовать ее среднее значение, дисперсия и вероятность попадания i_p в наперед заданный интервал.

Нами определены аналитические законы распределения вероятностей реальной ставки i_p финансовой операции для определенных типов распределения вероятностей темпов инфляции $h_1, h_2,..., h_m$ для $m = 1,2,3,4$. Зная закон распределения вероятностей i_p, можно легко найти и все числовые характеристики i_p, упомянутые выше.

В случае, когда темпы инфляции $h_1, h_2,..., h_m$ описываются независимыми в совокупности, дискретными случайными величинами с рядом распределения вероятностей

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} h_i & d_{1i} & d_{2i} & \ldots & d_{k_i i} \\ \hline P & p_{1i} & p_{2i} & \ldots & d_{k_i i} \end{array}\quad , \ i = \overline{1,m} \qquad (2)$$

вычисление числовых характеристик реальной ставки i_p производится довольно просто. В данном случае случайная величина i_p будет также дискретной случайной величиной, для которой просто можно составить соответствующий ряд распределения вероятностей. В случае, когда темпы инфляции определяются как дискретные, но зависимые случайные величины, процесс вычисления числовых характеристик случайной величины i_p несколько усложняется, так как приходится оперировать не с рядами распределения вероятностей (2), а с совместной таблицей распределения случайных величин $h_1, h_2, \ldots, h_m$. Однако и в этом случае вычисление числовых характеристик i_p не предоставляет принципиальной трудности.

В качестве иллюстрации рассмотрим простой пример. Пусть на двухмесячный депозит положена сумма в 100 тыс. руб. под 24 годовых процента. Темп инфляции в предстоящие 2 месяца эксперты оценивают следующей таблицей совместных распределений вероятностей:

h_1 / h_2	0.012	0.014
0.015	0.11	0.17
0.017	0.16	0.22
0.018	0.15	0.19

где h_1 - темп инфляции в первом месяце, а h_2 - темп инфляции во втором месяце. Необходимо оценить числовые характеристики реальной ставки i_p и вероятность попадания в интервал [5%, 7%].

Индекс цен j_p описывается следующим рядом распределения вероятностей

j_p	1.027	1.029	1.030	1.031	1.032
P	0.11	0.33	0.15	0.22	0.19

Используя этот ряд распределения вероятностей, получаем: $(i_p)_{\min}$ = 0.047; $(i_p)_{\max}$ = 0.076; $E\{i_p\} = 0.059; \mathrm{D}\{i_p\}=2.523\cdot 10^{-5}$, $P\{0.05 \le i_p \le 0.07\} = 0.7$.

Пусть теперь темпы инфляции $h_1, h_2, \ldots, h_m$ задаются абсолютно-непрерывными распределениями. Используя аппарат теории вероятностей и тот факт, что i_p и j_p функционально связаны, получим формулы для плотности распределения реальной ставки процентов i_p. При наращении по ставке простых процентов i имеем

$$p_{i_p}(x) = p_{j_p}\left(\frac{1+ni}{1+nx}\right)\frac{n(1+ni)}{(1+nx)^2} \ . \tag{3}$$

Используя формулу (3), можно вычислить все числовые характеристики реальной ставки процентов i_p.

Нами определены аналитические законы распределения вероятностей i_p финансовой операции для определенных типов распределения вероятностей темпов инфляции $h_1, h_2, \ldots, h_m$ для $m = 1,2,3,4$.

Пусть теперь темпы инфляции $h_1, h_2, \ldots, h_m$ задаются абсолютно-непрерывными распределениями. В финансовой математике наиболее часто используются следующие типы распределений вероятностей. Равномерное распределение $R[a,b]$ на отрезке $[a,b]$. Это случай с наиболее низким уровнем априорной информации о поведении случайной величины, когда эксперты могут оценить минимальное значение a, которое может принимать случайная величина, и максимальное ее значение b. Считается, что с равной вероятностью случайная величина может принять любое значение из интервала $[a,b]$. Более высокий уровень априорной информации, это треугольное распределение $Tr[a,b]$ на отрезке $[a,b]$. Плотность такого распределения имеет вид треугольника с максимальным значением в точке $(a+b)/2$. Это означает, что случайная величина с большей вероятностью будет попадать в окрестность середины интервала $[a,b]$, чем в такую же окрестность, лежащую ближе к концам отрезка $[a,b]$.Еще выше уровень априорной информации – это трапецеидальное распределение вероятностей$Trp[a,b;c,d]$ на отрезке $[a,b]$. Плотность распределения вероятностей имеет вид равнобокой трапеции с нижним основанием длинной $b-a$и верхним основанием длинной $d-c$.При этом исследователь полагает, что случайная величина скорей всего будет принимать значения из интервала $[c,d]$ по сравнению со значениями вне этого интервала. Самый высокий уровень априорной информации о поведении случайной величины – это нормальное распределение $N(a_1, \sigma^2)$. При этом надо знать математическое ожидание a_1 и дисперсию σ^2 случайной величины. Значение σ^2 должно быть достаточно малым, чтобы интервал изменения случайной величины, получаемый по правилу «3σ», лежал в положительной области. Поскольку такие требования довольно жесткие, нормальное распределение $N(a_1, \sigma^2)$ редко используется в финансовой математике.

Рассмотрим вначале простейший случай изменения темпа инфляции, когда $n_1 = n$, т.е. $j_p = 1 + h_1$, где h_1 - темп инфляции на интервале $[0,n]$ и h_1 – абсолютно-непрерывная случайная величина, имеющая распределение вероятностей одного из типов, описанных выше. Так как в этом случае случайные величины j_p и h_1 линейно связаны, то это означает, что j_p будет иметь тот же тип распределения вероятностей, что и h_1. А именно, если $h_1 \in R[a,b]$, то $j_p \in R[1+a, 1+b]$; если $h_1 \in Tr[a,b]$, то $j_p \in Tr[1+a, 1+b]$; если $h_1 \in Trp[a,b;c,d]$, то $j_p \in Trp[1+a, 1+b; 1+c, 1+d]$,если $h_1 \in N(a_1, \sigma^2)$, то $j_p \in N(1+a_1, \sigma^2)$.

Например, в условиях предыдущего примера темп инфляции h_1 за два месяца оценивается как случайная величина, имеющая равномерное распределение на интервале от 1.2 % до 1.8 %. Индекс цен будет равномерно распределен в интервале [1.012, 1.018]. Используя формулу (3) получаем: $(i_p)_{\min} = 0.13, (i_p)_{\max} = 0.166.$ Вероятность попадания реальной ставки в указанный интервал равна 0.5.

Перейдем теперь к рассмотрению случая, когда продолжительность финансовой операции разбивается на два периода и h_1, h_2 – темпы инфляции в первом и во втором периоде. Будем также предполагать, что h_1, h_2 независимые случайные величины, равномерно распределенные на интервалах $[a_1, b_1], [a_2, b_2]$ соответственно. В этом случае индекс цен j_p функционально зависит от темпов инфляции h_1, h_2: $j_p = (1+h_1)(1+h_2)$. Используя это функциональное преобразование и аппарат теории вероятностей [4], можно показать, что плотность распределения индекса цен j_p имеет вид:

$$p_{j_p}(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{k}\ln\left(\dfrac{x}{(1+a_1)(1+a_2)}\right), x \in [(1+a_1)(1+a_2), m_1], \\ \dfrac{1}{k}\ln\left(\dfrac{b_2+1)}{a_2+1}\right), x \in \ m_1, m_2 \ , \\ \dfrac{1}{k}\ln\left(\dfrac{(1+b_1)(1+b_2)}{x}\right), x \in [m_2, (1+b_1)(1+b_2), \end{cases}$$

где $k = (b_1 - a_1)(b_2 - a_2)$, $m_1 = \min\{(1+a_1)(1+b_2), (1+a_2)(1+b_1)\}$,
$m_2 = \max\{(1+a_1)(1+b_2), (1+a_2)(1+b_1)\}$.

Применяя аппарат теории вероятностей, по плотности $p_{j_p}(x)$ можно найти плотность распределения вероятностей i_p:

$$
p_{i_p}(x)=\begin{cases}\dfrac{n(1+n\cdot i)}{k(1+nx)}\ln\left(\dfrac{(1+b_1)(1+b_2)(1+nx)}{1+n\cdot i}\right), x\in[x_1,x_2],\\ \dfrac{n(1+n\cdot i)}{k(1+nx)}\ln\left(\dfrac{b_2+1)}{a_2+1}\right), x\in\ \ x_2,x_3\ \ ,\\ \dfrac{n(1+n\cdot i)}{k(1+nx)}\ln\left(\dfrac{1+n\cdot i}{(1+a_1)(1+a_2)(1+nx)}\right), x\in[x_3,x_4],\end{cases} \tag{4}
$$

где

$$
x_1=\frac{1}{n}\left(\frac{1+n\cdot i}{(1+b_1)(1+b_2)}-1\right),\ x_2=\frac{1}{n}\left(\frac{1+n\cdot i}{m_2}-1\right),\ x_1=\frac{1}{n}\left(\frac{1+n\cdot i}{m_1}-1\right),
$$

$$
x_4=\frac{1}{n}\left(\frac{1+n\cdot i}{(1+a_1)(1+a_2)}-1\right).
$$

Используя формулу (4), можно найти все требуемые числовые характеристики реальной ставки i_p,

Пусть теперь одна из случайных величин имеет дискретное распределение, а другая – абсолютно-непрерывное. Не ограничивая общности рассуждений, будем считать, что темп инфляции h_1 имеет дискретное распределение

h_1	d_1	d_2	...	d_l
P	p_1	p_2	...	d_l

Темп инфляции на втором этапе определяется условными плотностями распределения вероятностей $p_{h_{2,j}}(x)$, где индекс j означает, что $h_1=d_j$, $\quad j=\overline{1,l}$. Обозначим через $B_j=\{h_1=d_j\},\quad j=\overline{1,l}$ полную группу случайных событий, а через $A=\{C<x\}$ – случайное событие, состоящее в том, что реальная ставка i_p не превзойдет $x, x>0$. Используя формулу полной вероятности [4], вычислим функцию распределения i_p:

$$
F_{i_p}(x)=P(A)=\sum_{j=1}^{l}P(B_j)P(A\,|\,B_j)=\sum_{j=1}^{l}p_j\left(1-F_{h_2}\left(\frac{1+n\cdot i}{(1+nx)(1+d_j)}-1\right)\right).
$$

Дифференцируя $F_{i_p}(x)$, получаем плотность распределения i_p:

$$
p_{i_p}(x)=\sum_{j=1}^{l}p_j\,p_{h_{2,j}}\left(\frac{1+n\cdot i}{(1+nx)(1+d_j)}-1\right)\frac{(1+n\cdot i)n}{(1+d_j)(1+nx)^2} \tag{5}
$$

В частности, если темп инфляции h_2 имеет условные равномерные плотности распределения на интервалах $[a_{2j}, b_{2j}]$ при условии, что $h_1 = d_j$, $j = \overline{1,l}$, то выражение (5) трансформируется к виду:

$$p_{i_p}(x) = \sum_{j=1}^{l} \frac{(1+n \cdot i)n \cdot p_j}{(b_{2j} - a_{2j})(1+d_j)(1+nx)^2} \cdot \mathrm{I}_{[a_{2j}, b_{2j}]}\left(\frac{1+n \cdot i}{(1+nx)(1+d_j)} - 1 \right), \qquad (6)$$

где $\mathrm{I}_{[a_{2j}, b_{2j}]}(x)$ – индикаторная функция интервала $[a_{2j}, b_{2j}]$, т.е. если $x \in [a_{2j}, b_{2j}]$, то функция принимает значение 1, в противном случае – нуль.

Используя выражение для плотностей распределения (5) или (6), можно стандартным образом вычислить числовые характеристики i_p. Так например, если для нашего сквозного примера выполняется: $h_1 = 1.2\%$ с вероятностью 0.42 и при этом h_2 будет иметь равномерное распределение на интервале $[1.5\%, 1.9\%]$; $h_1 = 1.4\%$ с вероятностью 0.58 и при этом h_2 будет иметь равномерное распределение на интервале $[1.7\%, 2.1\%]$, то плотность распределения, согласно (6), примет вид:

$$p_{i_p}(x) = \begin{cases} \dfrac{892.3076923}{(x+6)^2}, & x \in [0.027273412, 0.050979502], \\ \dfrac{647.43083}{(x+6)^2}, & x \in [0.051038179, 0.074884635]. \end{cases}$$

Условие нормировки для этой плотности выполняется, что указывает на корректность расчетов. Минимальное значение $(i_p)_{\min} = 0.027$, максимальное значение $(i_p)_{\max} = 0.075$. Среднее значение реальной наращенной суммы равно $E\{i_p\} = 0.04912$. Вероятность попадания i_p в интервал от 5% до 7% равна 0.3581.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда интервал реализации финансовой операции разбит на три интервала, и h_1, h_2, h_3 соответствующие этим интервалам темпы инфляции, которые будем считать независимыми в совокупности случайными величинами, равномерно распределенными на интервалах $[a_1, b_1], [a_2, b_2], [a_3, b_3]$. Получить общую формулу для плотности распределения индекса цен j_p в этом случае не удается. Такую формулу можно получить лишь в частном случае, когда темпы инфляции h_1, h_2, h_3 равномерно распределены на одном и том же интервале $[a, b]$:

$$
p_{j_p}(x)=\begin{cases}
\dfrac{1}{2(b-a)^3}\ln^2\dfrac{x}{(a+1)^3}, & x\in[(a+1)^3,(a+1)^2(b+1)],\\[2ex]
\dfrac{1}{2(b-a)^3}[\ln\dfrac{x}{(a+1)^2(b+1)}\ln\dfrac{(b+1)^3}{x}+\ln\dfrac{x}{(a+1)(b+1)^2}\ln\dfrac{(a+1)^3}{x}] & x\in[(a+1)^2(b+1),(a+1)(b+1)^2],\\[2ex]
\dfrac{1}{2(b-a)^3}\ln^2\dfrac{(b+1)^3}{x}, & x\in[(a+1)(b+1)^2,(b+1)^3],\\
0, & \textit{иначе.}
\end{cases}
$$

Аналогичным образом можно получить плотность распределения индекса цен и в случае четырех интервалов разбиения периода проведения финансовой операции, когда темпы инфляции h_1, h_2, h_3, h_4 являются независимыми в совокупности случайными величинами, равномерно распределенными на одном и том же интервале. Однако аналитический вид этой плотности значительно усложняется и в данной статье не приводится.

Если же темпы инфляции h_1, h_2, h_3 независимы и равномерно распределены на разных интервалах $[a_1, b_1], [a_2, b_2], [a_3, b_3]$, то при заданных числовых значениях их границ с помощью пакета Mathematica удается определить плотность распределения j_p и ее числовые характеристики. Если на первом интервале темп инфляции изменяется от пяти до семи процентов, на втором интервале он варьирует от восьми до девяти процентов, а на третьем интервале – от шести до восьми процентов, то плотность принимает вид:

$$
p_{j_p}(y)=\begin{cases}
1976.67 - 31437.8\cdot\ln(0.94y) + 125000\cdot\ln^2(0.94y) & y\in[d_1,d_2]\\
-300.37 + 2304.16\ \ln(0.94y) & y\in[d_2,d_3]\\
-2277.04 + 31437.8\cdot\ln(0.92y) - 125000\cdot\ln^2(0.92y) + 2304.16\cdot\ln(0.94y) & y\in[d_3,d_4]\\
-4891.4 + 31437.8\cdot\ln(0.92y) - 125000\cdot\ln^2(0.92y) + 38459.1\cdot\ln(0.94y) - 125000\cdot\ln^2(0.94y) & y\in[d_4,d_5]\\
-2614.36 - 2304.16\cdot\ln(0.92y) + 38459.1\cdot\ln(0.94y) - 125000\cdot\ln^2(0.94y) & y\in[d_5,d_6]\\
343.846 - 2304.1\cdot\ln(0.92y) & y\in[d_6,d_7]\\
2958.2 - 384591.1\cdot\ln(0.92) + 125000\cdot\ln^2(0.92) & y\in[d_7,d_8]\\
0, & y\notin[d_1,d_8]
\end{cases}
$$

где $d_1 = 1.20204$, $d_2 = 1.21317$, $d_3 = 1.22472$, $d_4 = 1.224936$, $d_5 = 1.23606$, $d_6 = 1.236278$, $d_7 = 1.248048$, $d_8 = 1.259604$.

Числовые характеристики j_p следующие: $E\{j_p\} = 1.2306, D\{j_p\} = 0.000998$, $P\{1.22 \le j_p \le 1.24\} = 0.6576$.

Следует отметить, что для $m > 4$ получить аналитические результаты для вычисления числовых характеристик j_p пока не удается. В этом случае для оценки числовых характеристик j_p необходимо использовать статистическое моделирование значений темпов инфляции $h_1, h_2, ..., h_m$ [5].

Рассмотрим теперь ситуацию, когда темпы инфляции $h_1, h_2, ..., h_m$, связаны цепной Марковской зависимостью. Пусть интервал $[0, n]$ разбит точками $0 = t_1 < t_2 < ... < t_{m+1} = n$ на m интервалов. На интервале $[0, n]$ задан тренд $f(t)$, определяющий общую тенденцию изменения темпа инфляции. Инфляция h_j, принимающая постоянное значение на интервале $[t_j, t_{j+1})$, $j = \overline{1, m}$, складывается из значения $f(t_j)$ тренда в начале интервала и возмущения ε_{ξ_j}, т.е. $h_j = f(t_j) + \varepsilon_{\xi_j}$, где ξ_j, $j = \overline{1, m}$ – однородная цепь Маркова (в принципе, она может быть и неоднородной) с N состояниями $\{1, 2, ..., N\}$, начальным распределением вероятностей

$$P\{\xi_1 = \lambda\} = \pi_\lambda \geq 0,\ \lambda = \overline{1, N},\ \sum_{\lambda=1}^{N} \pi_\lambda = 1$$

и матрицей вероятностей одношаговых переходов

$$P = (p_{ks}),\ p_{ks} = P\{\xi_{j+1} = s \mid \xi_j = k\},$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_N$ – заданные значения возмущений.

Тогда среднее значение реальной i_p будет равно

$$E(i_p) = \sum_{\xi_1=1}^{N} \sum_{\xi_2=1}^{N} \cdots \sum_{\xi_k=1}^{N} \frac{1}{n}\left(\frac{1 + n \cdot i}{j_p} - 1\right) \pi_{\xi_1} \cdot p_{\xi_1, \xi_2} \cdot \cdots \cdot p_{\xi_{m-1}, \xi_m}.$$

Можно также вычислить дисперсию i_p и вероятность попадания i_p в заданный интервал.

В качестве иллюстративного примера, мы рассмотрим следующий пример. Пусть на трехмесячный депозит положена сумма в 100 тысяч рублей под 24 % годовых. Эксперты полагают, что общая динамика изменения инфляции за этот период определяется трендом $f(t) = 0.008t + 0.012$, где t измеряется в годах, т.е. при $t = 0$ инфляция равна 1,2%. Эта величина инвестору может быть известна на основе предыдущих наблюдений. При $t = 0.25$ значение тренда равно 1.4%. Следовательно, эксперты полагают, что общая динамика изменения темпа инфляции будет линейно возрастающей функцией и ее прирост составит 0.2%. При этом тренд в начале каждого месяца может подвергаться возмущениям: 1) $\varepsilon_1 = 0$ (первое состояние); 2) $\varepsilon_2 = 0.002$

(второе состояние); 3) ε_3 = -0.001 (третье состояние). Возмущения связаны цепной Марковской зависимостью с матрицей одношаговых переходов

$$P = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.7 & 0.1 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{pmatrix}$$

и вектором начальных состояний $\pi = (0.4 \quad 0.5 \quad 0.1)$. Необходимо оценить минимальное и максимальное значение i_p и вероятность того, что $i_p \in [0.06, 0.09$.

Расчеты показывают, индекс цен j_p – дискретная случайная величина, принимающая 27 различных значений, причем $(j_p)_{\min} = 1.035409471$ реализуется с вероятностью 0.009, а $(j_p)_{\max} = 1.044648036$ реализуется с вероятностью 0.005. Следовательно, $(i_p)_{\min} = 0.058783297$ реализуется с вероятностью 0.005 и $(i_p)_{\max} = 0.094998277$ реализуется с вероятностью 0.009. Вероятность попадания i_p в интервал [0.06, 0.09] равна 0.952.

Рассмотрим теперь следующую модель изменения темпов инфляции. Месячные темпы инфляции образуют временной ряд. Был рассмотрен временной ряд темпов месячной инфляции в Республике Беларусь с 2004.01 по 2007.09. В это время экономика не испытывала шоковых или искусственных воздействий извне. Данные были взяты с официального сайта Национального Банка Республики Беларусь. Для данного временного ряда была построена модель из класса моделей ARMA:

$$x_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1} + \eta_t - \gamma_1 \eta_{t-1}, \tag{7}$$

где η_t - процесс белого шума.

Для модели (7) были получены оценки и, следовательно, модель (7) можно представить в виде:

$$x_t = 185.5833485 + 0.9288395872 \cdot x_{t-1} + \eta_t - 0.2882399404 \cdot \eta_{t-1}. \tag{8}$$

Был проведен целый ряд статистических тестов, который показал, что все параметры модели (8) являются значимыми на уровне значимости 0.05. Значение F-статистики говорит о том, что коэффициенты модели не могут одновременно равняться нулю. Близость коэффициента детерминации к единице свидетельствует в пользу адекватности модели. Статистика Дарбина-Уотсона указывает на то, что между коэффициентами модели (8) нет автокорреляции первого порядка.

Используя модель (8), можно прогнозировать значения темпов инфляции в последующие периоды и, следовательно, появляется возможность оценивать значения реальной ставки процентов i_p.

Материал данной статьи может быть полезен банковским работникам и всем тем, кто занимается инвестиционной деятельностью.

Л и т е р а т у р а

1. Четыркин Е.М. Финансовая математика / Е.М. Четыркин. – М.: Дело Лтд, 2002.

2. Кирлица В.П. Финансовая математика. Руководство к решению задач / В.П. Кирлица. – Мн.: ТетраСистемс, 2005.

3. Малюгин В.И. Рынок ценных бумаг: количественные методы анализа / В.И. Малюгин.– Мн.: БГУ, 2001.

4.Харин Ю.С., Зуев Н.М. Теория вероятностей: учебное пособие / Ю.С. Харин, Н.М. Зуев – Мн.: БГУ, 2004.

5. Харин Ю.С., Малюгин В.И., Кирлица В.П. и др. Основы имитационного и статистического моделирования. / Ю.С. Харин и др. – Мн.: Дизайн ПРО, 1997.