СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АН СССР
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

Динамика многофазных сред

НОВОСИБИРСК 1981

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ
МЕХАНИКИ

ДИНАМИКА МНОГОФАЗНЫХ СРЕД

(материалы У Всесоюзного семинара
"Численные методы решения задач фильтрации многофазной
несжимаемой жидкости")

Под редакцией
академика Н.Н.Яненко

Новосибирск 1981

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НЕУСТОЙЧИВОГО ВЫТЕСНЕНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ НЕФТИ

А.А.Клевченя, В.Б.Таранчук

Как известно (см., например, [I-4]) процесс вытеснения менее подвижной жидкости более подвижной в ряде условий является неустойчивым и первоначально плоский фронт вытеснения искажается возмущениями, амплитуда которых со временем возрастает. Исследование устойчивости водонефтяного контакта представляет не только теоретический интерес, но и важно для практики нефтедобычи, так как динамика продвижения водонефтяного контакта позволяет предсказать нефтеотдачу пласта и предложить мероприятия по регулированию режима закачки вытесняющей жидкости с целью оптимизации процесса нефтедобычи.

Основные результаты по исследованию устойчивости вытеснения получены для условий, когда вытесняемая и вытесняющая жидкости являются ньютоновскими. В настоящее время установлено, что на многих месторождениях при нефтедобыче проявляются неньютоноские свойства нефтей. Поэтому актуальным является изучение устойчивости потока, когда имеет место нелинейная фильтрация, в частности, когда движение нефти описывается законом фильтрации с предельным градиентом.

Исследование начальной стадии развития возмущений водонефтяного контакта, когда жидкости неньютоновские, проведено в [4]. Развитие возмущений в поздней стадии, так же как и вопросы, связанные с уточнением модели фильтрации (отказ от схемы поршневого вытеснения), остаются недостаточно изученными.

В настоящей работе предложен метод численного моделирова-

ния процесса вытеснения водой нефти, движение которой описывается законом фильтрации с предельным градиентом, когда учитывается наличие зоны смеси за водо-нефтяным контактом. Основное внимание уделяется оценке точности расчета рассматриваемой краевой задачи с помощью предложенного метода, проверке его эффективности при изучении устойчивости границы, на которой водонасыщенность меняется скачком.

Рассмотрим движение двух несмешивающихся несжимаемых жидкостей в горизонтальном пласте. Если капиллярный скачок давления между фазами не учитывается, движение вытесняющей жидкости описывается линейным законом фильтрации Дарси, а движение вытесняемой - законом фильтрации с предельным градиентом, то система уравнений для определения давления p и водонасыщенности S может быть записана в виде:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(A\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(A\frac{\partial p}{\partial y}\right)=0, \tag{I}$$

$$m\frac{\partial S}{\partial t}+q_1\frac{\partial F}{\partial x}+q_2\frac{\partial F}{\partial y}=0 \tag{2}$$

Здесь t - время ($0\le t\le t_1$), x,y - декартовы координаты в плоскости фильтрации, m - пористость, $k(x,y)$ - абсолютная проницаемость среды, $f_i(S)$ - относительные фазовые проницаемости, μ_i - вязкости фаз, индексы i =I и 2 относятся, соответственно, к вытесняемой и вытесняющей фазам,

$$A=k(\Psi_1\cdot f_1/\mu_1+f_2/\mu_2),\quad F=f_2/\mu_2\cdot(\Psi_1\cdot f_1/\mu_1+f_2/\mu_2)^{-1},$$

$$q_1=-A\partial p/\partial x,\quad q_2=-A\,\partial p/\partial y;\quad \Psi_1=1-G/|\nabla p|,$$

если $|\nabla p|\ge G$, иначе $\Psi_1=0$; $|\nabla p|=\sqrt{(\partial p/\partial x)^2+(\partial p/\partial y)^2}$; G - предельный градиент давления нефти.

Рассмотрим движение в прямоугольной области $0\le x\le a$, $0\le y\le b$ с непроницаемыми границами $y=0$, $y=b$ при заданных давлениях на выходе ($x=a$) и суммарном потоке жидкости и насыщенности воды на входе ($x=0$). Тогда имеем следующие граничные и начальные условия

$$\partial p/\partial y=0,\quad y=0,\quad 0\le x\le a, \tag{3}$$

$$\partial p/\partial y=0,\quad y=b,\quad 0\le x\le a, \tag{4}$$

$$p=p_2(y,t),\ x=a,\quad 0\le y\le b, \tag{5}$$

$$-A\partial p/\partial x=W(y,t),\quad x=0,\quad 0\le y\le b, \tag{6}$$

$$S=S_1(y,t),\ x=0,\quad 0\le y\le b, \tag{7}$$

$$S=S_0(x,y),\ t=0,\quad 0\le x\le a,\ 0\le y\le b. \tag{8}$$

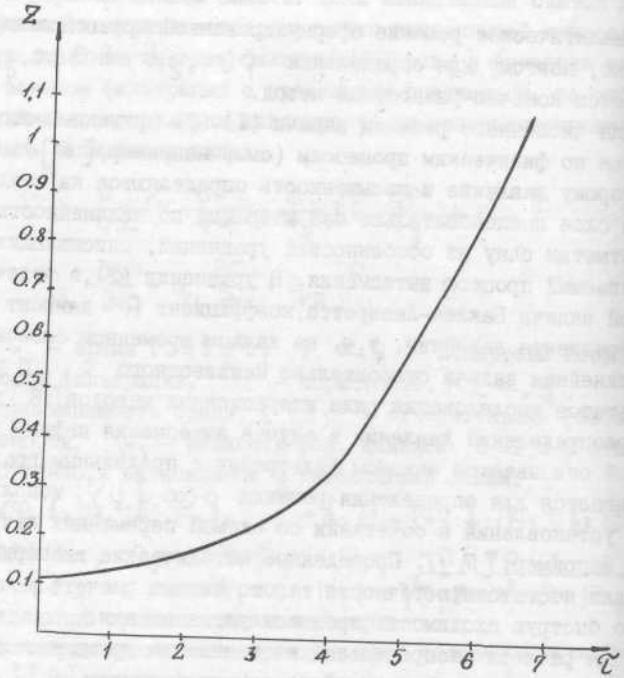
Аналитическое решение сформулированной краевой задачи невозможно, поэтому для определения $p(x,y,t)$ и $S(x,y,t)$ используется конечно-разностный метод.

Для численного решения задачи (I)-(8) применим метод расщепления по физическим процессам (см., например, [5]), согласно которому давление и насыщенность определяются на каждом временном слое последовательно без итераций по нелинейности.

Отметим одну из особенностей уравнений, описывающих рассматриваемый процесс вытеснения. В уравнении (I), в отличие от плоской задачи Баклея-Леверетта, коэффициент A зависит от модуля градиента давления, т.е. на каждом временном слое возникает нелинейная задача относительно неизвестного p. С учетом результатов исследования ряда итерационных методов [6] для расчета распределений давления в случае вытеснения нефти, движение которой описывается законом фильтрации с предельным градиентом, предлагается для определения решения $p(x,y,t)$ использовать метод установления в сочетании со схемой переменных направлений (см., например, [7]). Проведенные методические эксперименты показали достаточную точность такого метода расчета и относительно быструю сходимость процесса установления.

Для расчета распределений насыщенности применяется явная уголковая схема с ориентацией по характеристикам [8], начальное возмущение фронта формируется по аналогии с [9].

Точность предложенной методики расчета для исследования устойчивости вытеснения проверялось путем сопоставлений численных решений с эталонными в случае, когда принимается поршневая модель вытеснения. Для моделирования условий поршневого вытеснения задавалось $S_1\le S_{ск}$, где $S_{ск}$ - значение насыщенности на скачке, определяемое из решения одномерной задачи [I0]. В предположении, что распределение насыщенности кусочно-постоянно,



задача сводится к определению положения границы, на которой насыщенность меняется скачком. Решение последней задачи может быть получено как численно с помощью описанного метода путем анализа динамики получаемых в ходе расчета изосат, так и аналитически. В частности, следуя [4], можно получить условие устойчивости

$$f_1(S_0)+\mu f_2(S_0)+\pi\mu\left[f_1(S_1)f_2(S_0)-f_1(S_0)\cdot f_2(S_1)\right]-f_1(S_1)-\mu f_2(S_1)>0\ , \qquad (9)$$

где $S_1 \le S_{ск}$, $\pi = kG/(\mu_1 \cdot W)$, и по аналогии с [3] доказать, что в начальной стадии амплитуда малого синусоидального возмущения меняется по экспоненциальному закону.

Проведенные методические расчеты для случая $S_1 \le S_{ск}$ подтвердили справедливость критерия (9). Принимая $S_0 = const$, $k = const$, $S_1 = S_{ск}$ и задавая конкретные зависимости $f_1(S)$, $f_2(S)$ можно найти для каждого π критическое соотношение вязкостей μ_* такое, что при $\mu > \mu_*$ критерий (9) не выполняется. В частности при $f_1 = (1-S)^2$, $f_2 = S^2$, $\pi = 1$, $S_0 = 0$ оказывается, что $\mu_* = 1{,}206$. Анализ полученных численных решений показывает, что при расчетах с $\mu < \mu_*$ начальные возмущения фронта затухают; при $\mu = \mu_*$ – остаются неизменными, а при расчетах с $\mu > \mu_*$ – растут и, причем, для малых времен логарифм амплитуды возмущения является линейной функцией времени. Результаты расчетов при $\pi = 1$, $S = 0$, $\mu = 2$ показаны на рисунке, где приняты обозначения $Z = x/L$, $\tau = t \cdot W/(mL)$, L и X – длина волны и амплитуда возмущения. Анализ зависимости $\ln Z$ от τ в начальной стадии показывает, что для амплитуд возмущения, не превышающих длины волны, имеет место удовлетворительное совпадение результатов расчетов с линейной теорией. При больших значениях, как следует из рисунка, скорость роста X/L, как и в случае вытеснения ньютоновской нефти [1], постоянна. Установлено, что ширина образующегося "языка" при больших значениях становится равной $L/2$.

Для исследования устойчивости фильтрационного потока при наличии переходной зоны за скачком насыщенности проводились расчеты с $S_1 > S_{ск}$. Анализ численных решений показывает, что, как и в случае вытеснения ньютоновской нефти (сравни [9]), условие (9) может использоваться в качестве критерия устойчивости

фильтрационного потока.

I. Saffman P.G., Taylor G.I. The Penetration of a Fluid into a Porous Medium or Hele-Shaw Cell Containing a More Viscous Liguid. Proc.Roy.Soc., 1958, vol.A-245, No.1242, 312-329.
2. Кисиленко Б.Е. Экспериментальное изучение характера продвижения водонефтяного контакта в пористой среде. - Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, I963, № 6, 80-84.
3. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., "Недра", I972.
4. Бернадинер М.Г., Ентов В.М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М., "Наука", I975.
5. Данилов В.Л., Коновалов А.Н., Якуба С.И. Об уравнениях и краевых задачах теории двухфазных фильтрационных течений в пористой среде. - Докл. АН СССР, I968, т. I83, № 2, 307-3I0.
6. Дубовик В.М., Таранчук В.Б. О некоторых разностных схемах для расчета насыщенности и давления в задачах вытеснения неньютоновских жидкостей. - Изв. АН БССР, Сер.физ.-мат. наук, I978, № 5, I7I.
7. Самарский А.А. Теория разностных схем. М., "Наука", I978.
8. Таранчук В.Б., Чудов Л.А. Численный метод для решения некоторых задач плоской двухфазной фильтрации в области со скважинами. В сб.: "Численные методы механики сплошной среды", т.5, № 4, Новосибирск, I974, 90-I02.
9. Ентов В.М., Таранчук В.Б. Численное моделирование неустойчивого вытеснения нефти водой. - Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа, I979, № 5, 58-63.
I0. Алишаев М.Г. Одномерное несмешивающееся вытеснение неньютоновской жидкости водой. - "Численные методы решения задач фильтрации несжимаемой жидкости", Новосибирск, I975, 38-50.