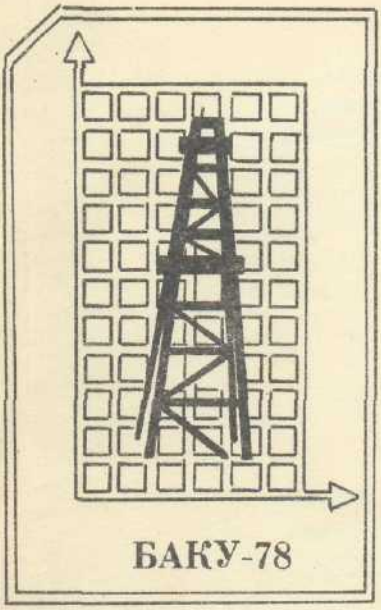

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ МНОГОФАЗНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ МНОГОФАЗНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Труды IV Всесоюзного семинара

Сборник научных трудов

Под редакцией А. Н. Коновалова

Новосибирск-1980

О НЕКОТОРЫХ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЯХ ЗАДАЧ ВЫТЕСНЕНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ НЕФТИ ВОДОЙ

А.А.Клевченя, В.Б.Таранчук

Рассматривается одномерная задача о прямолинейном изотермическом вытеснении вязко-пластической нефти водой из недеформируемого пласта, когда капиллярные и гравитационные силы не учитываются, фазы несжимаемы и взаимонерастворимы. Пусть x – координата в области течения ($0 \le x \le L$), t – время ($0 \le t \le t_1$), p – давление, k – абсолютная проницаемость среды, f_i и μ_i – относительная фазовая проницаемость и вязкость i-ой фазы, G – предельный градиент давления нефти ($G = const$), индексы $i = 1,2$ относятся, соответственно, к воде и нефти. Записывая законы фильтрации в виде:

$$w_1 = -\frac{k f_1}{\mu_1}\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$w_2 = -\delta\frac{k f_2}{\mu_2}\frac{\partial p}{\partial x}\left(1 - G\left|\frac{\partial p}{\partial x}\right|^{-1}\right), \qquad (1)$$

$\delta = 1$, если $\left|\frac{\partial p}{\partial x}\right| > G$; $\delta = 0$, если $\left|\frac{\partial p}{\partial x}\right| \le G$

и вводя безразмерные переменные и обозначения:

$$\varphi = \frac{p}{G\cdot L},\ \xi = \frac{x}{L},\ \tau = \frac{t k_* G}{m L \mu_2},\ \gamma = \frac{k}{k_*},\ \mu = \frac{\mu_1}{\mu_2},$$

$$A = \frac{\gamma f_1}{\mu} + \delta\gamma f_2\left(1 - 1\cdot\left|\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}\right|^{-1}\right), \qquad (2)$$

$$F_0 = \frac{f_1}{f_1 + \mu f_2}, \quad q = -A\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} = \frac{w\mu_2}{k_* G},$$

$$F = 1, \text{ если } q \le \frac{b f_1}{\mu}; \quad F = F_0\left(1 + \frac{b f_2}{q}\right), \text{ если } q > \frac{b f_1}{\mu},$$

где k_* - характерная абсолютная проницаемость среды, $w = w_1 + w_2$, из законов фильтрации (I) и уравнений неразрывности фаз для определения безразмерного давления φ и водонасыщенности S может быть получена следующая система уравнений (сравни [I]):

$$\frac{\partial}{\partial\xi}\left(A\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}\right) = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial S}{\partial\tau} + q\frac{\partial F}{\partial\xi} = 0, \tag{4}$$

из которой, в частности, следует, что суммарный поток $q = q(\tau)$ и не зависит от ξ.

Сформулируем начальные и граничные условия, полагая, для определенности, что $q > 0$. Пусть в начальный момент известно распределение насыщенности

$$S(0,\xi) = S_0(\xi); \tag{5}$$

на входе при $\xi = 0$ задана насыщенность

$$S(\tau,0) = S_1, \tag{6}$$

а также давление

$$\varphi(\tau,0) = \varphi_1, \tag{7а}$$

либо суммарный поток

$$-A\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} = q_1; \tag{7б}$$

на выходе при $\xi = 1$ задается давление

$$\varphi(\tau,1) = \varphi_2. \tag{8}$$

В случае, если задано условие (7б), распределение насыщенности может быть получено из (4-6). Исследование решений задачи (4)- (6) имеется, например, в [I]. В [2], в частности, показано, что в случае $q_1 = const$ в зависимости от величины суммарного потока могут реализовываться три режима вытеснения: поршневой с образованием зоны застывшей нефти и зоны движения смеси, режим Баклея-Леверетта. В настоящей работе рассматривается краевая задача (3)-(8), определяются не только распределения насыщенности, но и давления.

Для численного решения системы (3)-(4) используется метод, основанный на раздельном (последовательном) определении давления и насыщенности (см., например, [3]).

При расчете на каждом временном слое τ^n решения нелинейного уравнения (3) используется метод установления. Получаемое параболическое уравнение аппроксимировалось с помощью явной (см., например, [4]), неявной линейной (см., например, [4]) и схемы Саульева [5]. Как показали методические эксперименты и сопоставления с эталонными решениями существенное влияние на точность расчета оказывает выбор параметра выхода из итераций в процессе установления. При недостаточно малом значении этого параметра итерации быстро сходятся, но точность расчета давления оказывается недостаточной. Методические эксперименты показали также, что более быстрая сходимость достигается при использовании неявной линейной схемы; при использовании явной и схемы Саульева приходится вести расчет из-за условия устойчивости с малым шагом по фиктивному времени в процессе установления и число итераций при определении давления на каждом временном слое более, чем в 4 раза больше, чем при использовании неявной линейной схемы. Для устранения трудностей, связанных с возможным вырождением уравнения (3), когда в части области коэффициент A обращается в ноль, применяется регуляризация закона фильтрации для нефти по аналогии с [6].

Для определения на каждом временном слое насыщенности, распределение которой может быть разрывным необходимо аппроксимировать уравнение (4). При выборе разностной схемы для расчета насыщенности испытывались некоторые схемы первого и более высокого порядка аппроксимации. Как показали методические расчеты и сопоставления с эталонными решениями [2], качественно поведение решений, полученных с помощью схем первого и второго порядка аппроксимации такое же, как и в случае их использования для решения задачи Баклея-Леверетта (см., например, [7]). Поэтому ниже используется явная уголковая схема с ориентацией по характеристике.

Используя описанную методику расчета, исследовались закономерности изменения перепада давления между нагнетательной и эксплуатационной галереями, когда задавались различные постоянные рас-

ходы вытесняющей жидкости на входе, а также изменение суммарного расхода, когда задавались различные постоянные перепады. Остановимся на некоторых результатах расчетов процесса вытеснения в неоднородном пласте, а также опишем результаты расчетов вытеснения в случае циклической закачки вытесняющей жидкости на входе.

Пусть проницаемость пласта не постоянна. Некоторые результаты расчетов в случае, когда

$$f_1 = s^2,\ f_2 = (1-s)^2,\ \mu = \frac{1}{3},\ s_1 = 1,\ s_0 = 0,\ \varphi_2 = 1, \qquad (9)$$

$\xi = 1$ при $0 \le \xi < 0{,}34$ и $0{,}66 < \xi \le 1$, $\xi = 0{,}1$ при $0{,}34 \le \xi \le 0{,}66$ представлены на "рис.I...", где показаны профили насыщенности, когда на входе задается условие $q_1 = 0{,}75$. Как следует из "рис.I..." при задании проницаемости в виде кусочно-постоянной функции имеют место "висячие" скачки насыщенности в точках скачкообразного изменения проницаемости. Заметим, что доказано (см., например, [8]), что в случае вытеснения ньютоновской жидкости такие скачки не возникают. Условие на "висячем" скачке насыщенности в случае, когда $q = const$ следует из того, что скорости фаз при переходе через точку разрыва должны совпадать, т.е.:

$$q F^-(s^-) = q F^+(s^+), \qquad (10)$$

где F^-, s^- и F^+, s^+ – предельные значения функции F и насыщенности s слева и справа от точки разрыва, соответственно. Согласно введенным выше обозначениям соотношение (10) перепишем в виде:

$$q F_0(s^-)\left[1 + \frac{\xi^- f_2(s^-)}{q}\right] = q F_0(s^+)\left[1 + \frac{\xi^+ f_2(s^+)}{q}\right]. \qquad (11)$$

Из (11) следует, что при любом s^- – таком, что $f_2(s^-) \ne 0$, если $\xi^+ \ne \xi^-$ должен иметь место скачок насыщенности и s^+ определяется из (11). Отметим, что полученные численно "висячие" скачки согласуются с (11) с большой точностью.

В последнее время на различных нефтепромыслах широко внедряется циклическое заводнение, осуществляемое периодическим прекращением или ограничением закачки воды в нагнетательные скважины. При этом в ряде случаев циклическое заводнение по причинам, обусловленным производственными условиями, желательно осуществлять без полного прекращения закачки воды. В случае, когда рассматривается задача вытеснения ньютоновской нефти водой без учета капиллярных сил, нетрудно показать, что максимальная безводная нефтеотдача не

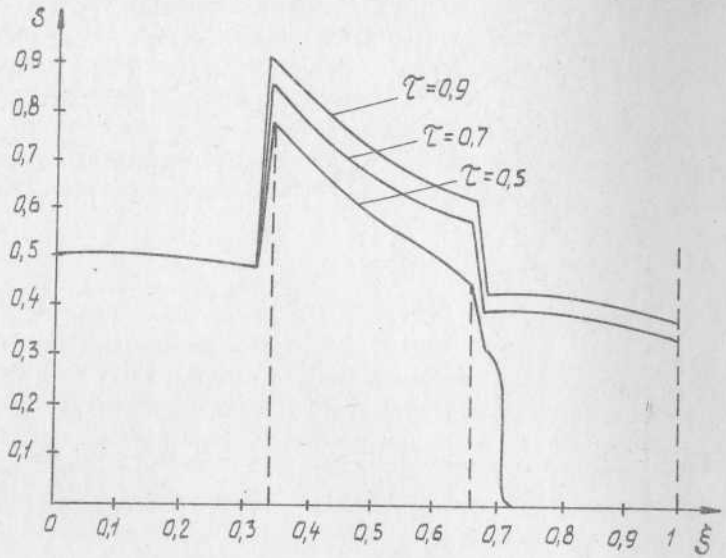

Рис. I

изменяется при изменении режима закачки. Иначе обстоит дело в случае вытеснения неньютоновской нефти, т.к. при изменении суммарной скорости на входе, соответственно, может измениться режим вытеснения, что окажет свое влияние на максимальную безводную нефтеотдачу.

Некоторые результаты расчетов процесса циклического заводнения для однородного пласта ($\xi = 1$) показаны на "рис. 2..."-"рис.3." Суммарная скорость фильтрации на входе задавались в виде:

$$q(\tau) = q_0(1 + \alpha \sin \gamma \tau),$$

где q_0 – характерная суммарная скорость потока, $|\alpha| < 1$. На "рис. 2..." показана зависимость максимальной безводной нефтеотдачи β^* от частоты γ и амплитуды α, когда задавались условия (9) и $q_0 = 0{,}75$ такое, что при $q = q_0$ реализуется режим вытеснения с образованием зон неподвижной нефти и движения смеси.

Зависимость безразмерного времени прорыва $\tau_{пр}$ от γ и α для

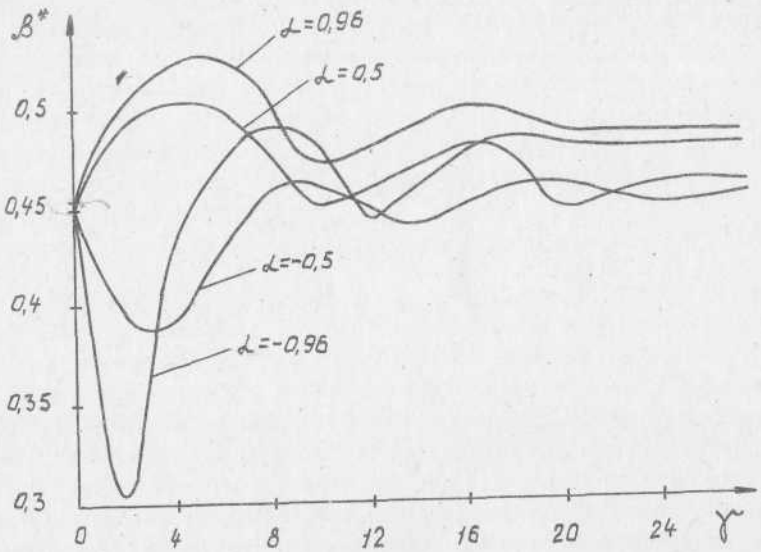

Рис. 2

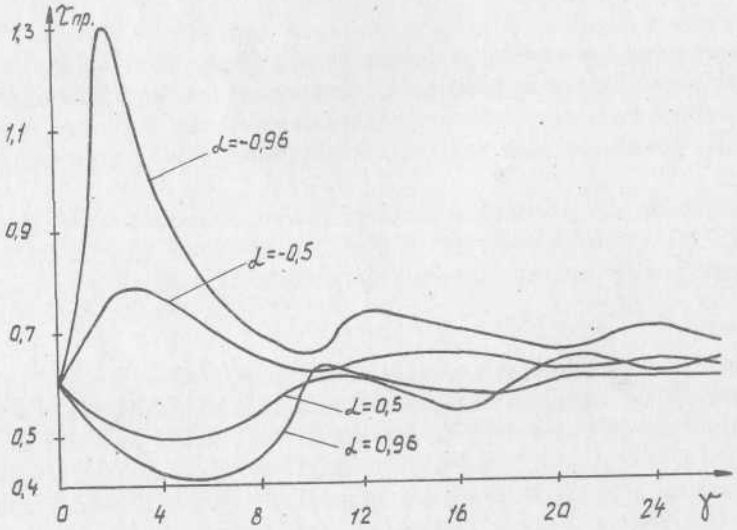

Рис. 3

тех же случаев показана на "рис.3...". Обобщая приведенные данные, отметим, что в рассматриваемых случаях при $\alpha = 0,96$ и $\gamma \approx 6$ нефтеотдача β^* наибольшая, а время прорыва вытесняющей жидкости в выходное сечение $\tau_{пр.}$ минимально. Заметим, что при изменении q_0 результаты качественно не меняются.

Таким образом, как видно из данного решения модельной задачи, применение циклической закачки по сравнению с режимом постоянного потока может позволить заметно увеличить безводную нефтеотдачу.

I. Бернадинер М.Г., Ентов В.М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М., "Наука", I975.

2. Алишаев М.Г. Одномерное несмешивающееся вытеснение неньютоновской жидкости водой. Сб. "Численные методы решения задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости". Новосибирск, I975, с. 38-50.

3. Данилов В.Л., Коновалов А.Н., Якуба С.И. Об уравнениях и краевых задачах теории двухфазных фильтрационных течений в пористой среде. ДАН СССР, I968, т.I83, № 2, с.307-3I0.

4. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. "Наука", М., I97I.

5. Саульев В.К. О регулярных неоднородных сеточных схемах и квазиустойчивости. Дифференциальные уравнения. I965, т.I, № 3, с.42I-425.

6. Зайдель Я.М., Леви Б.И., Шахмаева А.Г. О двумерных задачах вытеснения при нелинейных законах фильтрации. Известия АН СССР, МЖГ, I976, № 5, с.70-75.

7. Королев А.В., Шалимов Б.В., Швидлер М.И. О некоторых разностных схемах для численного решения задачи Баклея-Леверетта. Сб. "Численные методы решения задач фильтрации несжимаемой жидкости". Новосибирск, I975, с.I37-I54.

8. Королев А.В., Шалимов Б.В., Швидлер М.И. О "висячих" скачках насыщенности при фильтрации несмешивающихся жидкостей в неоднородных средах. Изв. АН СССР, МЖГ, I975, № 3, с.I58-I60.