

О КОРРЕКЦИИ ПРОГНОЗОВ НА ОСНОВЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СО СТРУКТУРНЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ В НАЧАЛЕ ПРОГНОЗНОГО ПЕРИОДА

В.И. Малюгин,

канд. физ.- мат. наук, доцент,

А.В. Бояр

Белорусский государственный университет

Ключевые слова: эконометрические модели, структурные изменения, прогнозы.

Введение

Структурные изменения являются одним из типовых свойств макроэкономических временных рядов [1]. Их исследованию посвящена обширная эконометрическая литература, начиная с работ Нельсона, Пlossера [2] и Перрона [3]. Под *структурными изменениями (structural changes)* при этом обычно понимают скачкообразные изменения параметров моделей анализируемых экономических временных рядов. Причиной структурных изменений могут быть, как внутренние факторы (изменения в экономической политике), так и внешние «шоковые» воздействия на экономику (например, резкие изменения цен на энергоносители). С проблемой структурных изменений приходится сталкиваться и при моделировании переходных экономик [4, 5, 6]. Большая часть исследований по данной проблеме связана с тестированием и учетом структурных изменений при построении (оценивание параметров) моделей (см., например, работы [7, 8]). Структурные изменения, имевшие место в течение периода оценивания модели, часто удается описать с помощью соответствующим образом подобранных фиктивных переменных. Включению в модель фиктивных переменных предшествует тестирование временных рядов на присутствие структурных изменений, а также оценивание (или уточнение) момента структурного изменения. Корректный учет структурных изменений важен с точки зрения получения несмещенных и состоятельных оценок параметров модели, что является обязательным условием для дальнейшего использования построенной модели в задачах прогнозирования и анализа экономической

политики [9]. При этом, если структурное изменение обнаружено на временном интервале оценивания модели и после момента структурного изменения имеется достаточное число наблюдений, то в вычислении прогнозов обычно используются значения временного ряда после структурного изменения [10]. В [11] описывается альтернативный подход, в рамках которого исследуется возможность повышения точности прогнозов за счет использования некоторой доли значений временного ряда до момента структурного изменения. Такая возможность важна, если структурное изменение имело место ближе к концу периода оценивания модели.

Ни один из перечисленных подходов не применим, если структурное изменение произошло в конце периода оценивания модели или в начале прогнозного периода. В указанных случаях имеет место ситуация, когда модель построена, но не может использоваться для решения задач прогнозирования, поскольку в силу скачкообразного изменения параметров в начале прогнозного периода дает смещенные прогнозы, существенно отличающиеся от фактических значений прогнозируемых экономических переменных. В то же время, как отмечается М. Клементсом и Д. Хендри [10], в подобной ситуации возможно устранение либо существенное уменьшение смещения прогнозов за счет коррекции алгоритма прогнозирования, основанного на ранее построенной модели. Там же предлагаются алгоритмы коррекции прогнозов в случае структурных изменений в конце периода оценивания модели (начале прогнозного периода) для векторной модели авторегрессии первого порядка (*vector autoregressive model – VAR(1)*).

Проблема учета структурных изменений в прогножном периоде является актуальной при прогнозировании показателей белорусской экономики. В последнее время она в значительной степени обусловлена изменением цен на энергоносители. Скачкообразный характер роста цен на энергоносители можно рассматривать как внешние шоковые воздействия на экономику, которые приводят к скачкообразному изменению параметров моделей важнейших макропоказателей, в первую очередь – показателей инфляции.

Данная статья посвящена методологии учета структурных изменений, произошедших в начале прогнозного периода. В статье приводится описание алгоритмов коррекции прогнозов для более широкого класса векторных авторегрессионных моделей (модели векторной авторегрессии произвольного порядка с экзогенными переменными и векторной модели коррекции ошибок), построенных в рамках подхода Клементса – Хендри [10]. Описываются результаты экспериментального исследования точности прогнозов для предлагаемых алгоритмов на модельных данных, а также на реальных данных белорусской экономики.

1. Модели структурных изменений и постановка задачи

Рассматриваются следующие типы многомерных эконометрических моделей со структурными изменениями в начале прогнозного периода: векторная авторегрессионная модель произвольного порядка с экзогенными переменными [12] и векторная модель коррекции ошибок [13].

Структурное изменение в векторной авторегрессионной модели. Рассматривается модель $VAR(p)$ произвольного порядка p ($p \geq 1$) для векторного временного ряда значений анализируемых экономических переменных $y_t = (y_{it}) \in \mathfrak{R}^n$ с детерминированными экзогенными переменными $z_t = (z_{ik})' \in \mathfrak{R}^m$ вида [5]:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^p A_i y_{t-i} + B z_t + \xi_t, \quad t = 1, \dots, T^* \quad (1)$$

где $\mu = (\mu_i)' \in \mathfrak{R}^n$ – вектор констант (свободных членов); $\{A_i\}$ ($i = 1, \dots, p$) – $(n \times n)$ -матрицы коэффициентов авторегрессии; $B = (\beta_{lk})$ ($l = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m$) – $(n \times m)$ -матрица коэффициентов регрессии при экзогенных переменных; $y_{1-p}, \dots, y_0 \in \mathfrak{R}^n$ – заданные начальные значения временного ряда y_t ; $\xi_t = (\xi_{it}) \in \mathfrak{R}^n$ – гауссовский случайный вектор ошибок наблюдения с нулевым математическим ожиданием и невырожденной

ковариационной $(n \times n)$ -матрицей Ω ; T^* – длина анализируемых временных рядов до момента структурного изменения.

Предполагается, что модель (1) удовлетворяет условию стационарности, т.е. корни $\{\lambda_j\}$ характеристического уравнения $|I_n \lambda^p - A_1 \lambda^{p-1} - A_2 \lambda^{p-2} - \dots - A_p| = 0$ лежат внутри единичного круга: $|\lambda_j| < 1, j = 1, \dots, np$. Здесь I_n – единичная матрица размерности $N \times N$.

Структурное изменение в векторной модели коррекции ошибок. Если предположить, что компоненты векторного временного ряда $\{x_t\}$ ($t = 1, \dots, T^*$), являются нестационарными временными рядами, интегрированными порядка 1, а также коинтегрированными с рангом коинтеграции $r < n$, то модель VAR(p) вида

$$x_t = \mu + \sum_{i=1}^p \Psi_i x_{t-i} + \xi_t, \quad t = 1, \dots, T^*$$

допускает представление в виде векторной модели коррекции ошибок ([13, 14]):

$$\Delta x_t = \mu + \alpha (\beta' x_{t-1}) + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta x_{t-i} + \xi_t, \quad t = 1, \dots, T^*, \quad (2)$$

где $\Gamma_i = - \sum_{j=i+1}^p \Psi_j$ – $(n \times n)$ -матрицы, зависящие от параметров модели, α и β – $(n \times r)$ -

матрицы полного ранга, равного r : β – матрица коинтегрирующих векторов; α – матрица коэффициентов, характеризующих скорость коррекции неравновесных ошибок.

В модели (2) случайные процессы $\Delta x_t, \beta' x_{t-1}$ ($t = 1, \dots, T^*$) являются стационарными, причем процесс $z_t \equiv \beta' x_{t-1}$ характеризует случайные отклонения (*disequilibrium errors*) от *равновесной долгосрочной зависимости (long run equilibrium relation)*, определяемой коинтеграционным соотношением $\beta' x_{t-1} = 0$. Модель (2) описывает однопериодные приращения анализируемых экономических переменных и интерпретируется как модель *краткосрочных зависимостей (short run relations)*.

Всюду далее считается, что параметры моделей (1) и (2) к моменту их использования для построения прогнозов оценены по временным рядам длиной T^* , полученным до момента структурного изменения, и эти оценки используются в прогнозных функциях вместо неизвестных истинных значений параметров. При этом для простоты изложения сохраняются одинаковые обозначения для параметров и их оценок, полученных до момента структурного изменения.

Будем предполагать, что структурное изменение имеет место в момент времени T , где $T > T^*$. Задача заключается в построении алгоритмов коррекции прогнозов на основе описанных моделей VAR(p) или VECM для заданного горизонта прогнозирования $H \geq 1$ (начиная с момента времени T) на основе учета структурных изменений, происшедших в момент T . Представляет интерес также аналитический и экспериментальный сравнительный анализ точности прогнозирования предлагаемых алгоритмов прогнозирования с базовым (традиционным) алгоритмом прогнозирования, не учитывающем наличие структурного изменения в момент времени T .

Предположим для определенности, что $T^* = T - 1$, т.е. структурное изменение имеет место в начале прогнозного периода. Если структурное изменение ожидается в момент времени $T > T^* + 1$, то за счет соответствующего увеличения интервала оценивания модели, задача сводится к предыдущей.

2. Алгоритмы коррекции и характеристики точности прогнозов

Прогнозные значения для модели VAR(1), оцененной на временном интервале до структурного изменения, вычисляются на основе прогнозной функции вида:

$$\hat{y}_t = \mu + A y_{t-1}, \quad t = \overline{1, T-1}, \quad (3)$$

где μ , A – оценки соответствующих параметров.

После структурного изменения в момент времени T значения анализируемого

временного ряда Y_t вычисляются в соответствии с моделью:

$$y_{T+h} = \mu^* + A^* y_{T+h-1} + \xi_{T+h}, \quad h=0, \dots, H, \quad H \geq 1,$$

где μ^* , A^* – фактические значения параметров модели после структурного изменения. Очевидно, если структурное изменение действительно имеет место, то значения параметров μ^* , A^* (или хотя бы одного из них) должны отличаться от значений соответствующих параметров μ , A до структурного изменения.

В момент структурного изменения T разница между фактическими и прогнозными значениями временного ряда (имеющая смысл *ошибки прогноза*) равна:

$$e_T^* = y_T - \hat{y}_T = \mu^* - \mu + (A^* - A)y_{T-1} + \xi_T. \quad (4)$$

Алгоритмы коррекции прогнозов для модели VAR(1) без экзогенных переменных, предложенные в [10], основаны на различных способах использования ошибок прогнозов вида (4).

Алгоритмы коррекции прогнозов для модели VAR(p) общего вида. Опишем алгоритмы коррекции прогнозов с учетом структурного изменения в момент времени $T = T^*+1$ для более общей модели VAR(p) ($p \geq 1$) вида (1) с экзогенными переменными.

Прогнозные значения на основе модели (1), оцененной на временном интервале до структурного изменения, могут быть вычислены с помощью прогнозной функции вида (5). Соответствующий алгоритм прогнозирования А.1 не учитывает появление структурного изменения в начале прогнозного периода. Будем называть его базовым и использовать, как альтернативу алгоритмам А.2–А.4, в которых используются различные способы коррекции прогнозов для оценки эффективности данных алгоритмов.

А.1. Базовый алгоритм

$$\hat{y}_{T+h} = \mu + \sum_{i=1}^p A_i \hat{y}_{T+h-i} + Bz_{T+h}, \quad h = 1, \dots, H. \quad (5)$$

Фактические значения временного ряда, описываемого моделью (1), после структурного

изменения в момент времени T вычисляются по формуле:

$$y_{T+h} = \mu^* + \sum_{i=1}^p A_i^* \hat{y}_{T+h-i} + B^* z_{T+h}, h = 1, \dots, H, \quad (6)$$

где значения параметров $\mu^*, \{A_i^*\}, B^*$ (или хотя бы одного из них) отличаются от значений соответствующих параметров μ, A, B модели (1) до структурного изменения.

В соответствии с общим подходом [10], опишем модификации базового алгоритма прогнозирования А.1 (алгоритмы А.2–А.4), а также новый алгоритм А.5, которые позволяют реализовывать различные варианты коррекции прогнозов с учетом структурного изменения в момент времени T . Прогнозные функции для данных алгоритмов приводятся ниже.

А.2. На каждом шаге добавляется ошибка прогноза для момента времени T

$$\tilde{y}_{T+h} = \mu + \sum_{i=1}^p A_i \tilde{y}_{T+h-i} + B z_{T+h} + \hat{e}_T, \hat{e}_T = y_T - \hat{y}_T, h = 1, \dots, H;$$

А.3. Ошибка прогноза для момента времени T добавляется только на первом шаге

$$\vec{y}_{T+h} = \mu + \sum_{i=1}^p A_i \vec{y}_{T+h-i} + B z_{T+h}, \vec{y}_{T+1} = \tilde{y}_{T+1}, h = 2, \dots, H;$$

А.4. Ошибка прогноза для момента времени T используется для коррекции прогноза на основе алгоритма А.1

$$\bar{y}_{T+h} = \hat{y}_{T+h} + \hat{e}_T, h = 2, \dots, H;$$

А.5. Структурное изменение в момент $T+1$. Если $\{z_t\} \in R^1$ и структурное изменение происходит в момент $T+1$, то предлагается прогнозная функция в виде:

$$\check{y}_{T+h} = \mu + \hat{e}_T - \tilde{e}_{T+1} \frac{\Delta z_{T+1}}{z_T} + \sum_{i=1}^p A_i \check{y}_{T+h-i} + \left(B + \frac{1}{\tilde{e}_{T+1}}\right) z_{T+h}, h = 2, \dots, H$$

где $\hat{e}_T = y_T - (\mu + \sum_{i=1}^p A_i \hat{y}_{T-i} + Bz_T)$ – ошибка прогноза для алгоритма А.1 в момент времени

T ($\hat{E}_T = (\hat{e}_T, 0, \dots, 0)'$), и $\tilde{e}_{T+1} = y_{T+1} - \tilde{y}_{T+1}$ – ошибка прогноза для алгоритма А.2 в момент времени $T+1$.

Векторную модель коррекции ошибок модели VECM вида (2) можно рассматривать как частный случай VAR(p) вида (1) с ограничениями на параметры модели (*restricted VAR*). Для нее получены аналогичные представления для прогнозных функций алгоритмов А.1-А.5 путем соответствующей замены переменных.

Характеристики точности прогнозов. Точность прогнозов на основе предлагаемых алгоритмов на глубину прогноза $h=1, \dots, H$ (где H – заданный горизонт прогнозирования) будем описывать двумя вероятностными характеристиками ошибок прогнозов: $e_{T+h} = Y_{T+h} - Y_{T+h}^{forecast}$ – условное среднее значение ошибки прогноза $\mathbf{E}\{e_{T+h} | Y_T\}$ и $\mathbf{V}\{e_{T+h} | Y_T\}$ – условная вариация ошибки прогноза. Данные характеристика определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{e_{T+h} | Y_T\} &= \mathbf{E}\{Y_{T+h} - Y_{T+h}^{forecast} | Y_T\}, \\ \mathbf{V}\{e_{T+h} | Y_T\} &= \mathbf{D}\{Y_{T+h} - Y_{T+h}^{forecast} | Y_T\} \end{aligned} \quad (7)$$

при условии, что $Y_T = \{y_T, y_{T-1}, \dots, y_{T-p+1}\}'$ – заданный в момент времени T вектор наблюдаемых значений временного ряда.

В [15] для алгоритмов прогнозирования типа А.1-А.5 в случае стационарной модели VAR(p) вида (1), а также для модели VECM вида (2) получены аналитические представления используемых характеристик точности прогнозов. Вывод описанных представлений основан на сведении указанных моделей к модели VAR(1) и использовании представлений для рассматриваемых характеристик данной модели, полученных в [10]. Показано также, что если для стационарной модели VAR(p) ($p \geq 1$) вида (1) структурное изменение имеет место в момент $T+1$ и не затрагивает матрицы

коэффициентов авторегрессии ($A_i = A_i^*(i = \overline{1, p})$), то скорректированный по алгоритму А.5 прогноз является несмещенным.

3. Экспериментальное исследование алгоритмов коррекции прогнозов с помощью статистического моделирования

Предлагаемые алгоритмы коррекции прогнозов А.2-А.4 тестировались на данных, полученных с помощью статистического моделирования на основе тестовых моделей. Целью имитационных экспериментов было сравнение по точности предлагаемых алгоритмов с базовым алгоритмом А.1, не учитывающим структурные изменения. Приведем результаты тестирования для одной из тестовых моделей.

Тестовая модель. В качестве тестовой модели использовалась модель VAR(2) с трендовой экзогенной переменной. Модель без структурных изменений имеет вид:

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.2 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} \xi_{1t} \\ \xi_{2t} \end{pmatrix}, \quad t = 1, \dots, 299.$$

Начиная с момента структурного изменения $T=300$, модель принимает вид:

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.4 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} \xi_{1t} \\ \xi_{2t} \end{pmatrix}, \quad t = 300, \dots, 310,$$

где ξ_{1t} и ξ_{2t} – некоррелированные случайные ошибки наблюдения, распределенные по нормальному закону, для которых математические ожидания, дисперсии и ковариация задаются соотношениями: $\mathbf{E}\{\xi_{1t}\} = \mathbf{E}\{\xi_{2t}\} = 0$, $\mathbf{D}\{\xi_{1t}\} = \mathbf{D}\{\xi_{2t}\} = 0.625$, $\mathbf{Cov}(\xi_{1t}, \xi_{2t}) = 0$.

Таким образом, в рассматриваемом случае структурные изменения имели место для свободного члена во втором уравнении и вектора коэффициентов при трендовой экзогенной переменной.

Результаты тестирования алгоритмов. Результаты тестирования алгоритмов приведены в табл. 1.

Таблица 1. Результаты анализа точности прогнозов для алгоритмов А.1-А.5

Условное среднее значение ошибки прогноза	Глубина прогноза h ($H=10$)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
А.1. $E\{\hat{e}_1_{300+h}\}$	60.4	66.5	62.4	56.8	51.1	46.1	41.6	37.5	33.9	30.5
$E\{\hat{e}_2_{300+h}\}$	-60	-79	-88	-95	-101	-107	-112	-117	-121	-125
А.2. $E\{\tilde{e}_1_{300+h}\}$	0.2	0.3	0.6	0.8	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3
$E\{\tilde{e}_2_{300+h}\}$	-0.3	-0.6	-0.9	-1.2	-1.6	-2	-2.4	-2.7	-3.2	-3.4
А.3. $E\{\bar{e}_1_{300+h}\}$	0.2	60.5	66.7	62.6	56.8	51.2	46.2	41.7	37.7	33.9
$E\{\bar{e}_2_{300+h}\}$	-0.3	-61	-79	-89	-96	-102	-107	-112	-117	-121
А.4. $E\{\bar{e}_1_{300+h}\}$	0.2	6.3	2.2	-3.3	-8.9	-14	-18.5	-22.6	-26.2	-29.5
$E\{\bar{e}_2_{300+h}\}$	-0.3	-18.8	-28.2	-35.4	-41.5	-47.1	-52.1	-56.7	-60.9	-64.5
А.5. $E\{\tilde{e}_1_{300+h}\}$	0	-0.05	-0.04	-0.05	-0.2	-0.3	-0.5	-0.6	-0.6	-0.8
$E\{\tilde{e}_2_{300+h}\}$	0	0.06	0.07	0.04	0.04	-0.03	-0.1	-0.1	-0.2	-0.1

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

- 1) коррекция прогнозов во всех случаях приводит к повышению их точности;
- 2) наиболее существенный выигрыш в точности прогнозов в рассматриваемом случае достигается при использовании алгоритмов коррекции А.2 и А.5;
- 3) алгоритм А.3 позволяет существенно уточнить только одношаговый прогноз;
- 4) для алгоритма А.3 точность прогнозирования уменьшается по мере увеличения горизонта прогнозирования и приближается для больших значений горизонта прогнозирования к точности алгоритма А.1;
- 5) прогноз по алгоритму А.4 отличается от прогноза по алгоритму А.1 на фиксированное значение и при увеличении горизонта прогнозирования не имеет преимущества по сравнению с алгоритмом А.1.

4. Использование алгоритмов коррекции прогнозов при моделировании макропоказателей белорусской экономики

Приведем также примеры использования предлагаемых алгоритмов коррекции прогнозов для прогнозирования некоторых показателей белорусской экономики. В качестве альтернативы базовому алгоритму А.1 будем использовать алгоритм коррекции прогнозов А.2. Опишем два типа примеров.

Коррекция прогнозов на основе авторегрессионных моделей. В рассматриваемом случае эксперименты связаны с прогнозированием показателей на основе одномерных моделей временных рядов. Использовались следующие временные ряды (в логарифмах): *LMI* – наличные деньги и переводные депозиты в национальной валюте (за период: январь 1996 – октябрь 2003); *LDB* – рублевая денежная база (за период: январь 1996 – октябрь 2003); *LM2* – рублевая денежная масса или денежный агрегат М2 (за период: январь 1996 – октябрь 2003); *LOFExch* – номинальный обменный курс BYR/USD по официальным котировкам (курс НБ РБ за период: январь 1996 – октябрь 2003).

В [9] был исследован тип нестационарности данных временных рядов, а также найдены моменты структурных изменений с помощью тестов Перрона [3] и тестов, основанных на процедурах дискриминантного анализа временных рядов [15]. Было установлено, что все рассматриваемые временные ряды являются интегрированными первого порядка, т.е. относятся к одному типу нестационарности. Во временных рядах *LMI* и *LM2* была также учтена сезонность. Результаты тестирования данных временных рядов представлены в табл. 2.

Таблица 2. Результаты тестирования временных рядов

Переменная	Длина временного ряда	Момент структурного изменения (ТВ)
<i>LMI</i>	94	40(04.99)
<i>LM2</i>	94	41(05.99)
<i>LOFExch</i>	94	36(12.99)
<i>LDB</i>	94	44(12.98)

Соотношения (8)–(11) описывают построенные эконометрические модели рассматриваемых временных рядов и соответствующие им значения тестовых статистик. Модели оценены на временном интервале до структурного изменения и используются для построения прогнозов в соответствии с алгоритмом А.1. В скобках под оценками параметров моделей указаны стандартные ошибки оценок. Используются также обозначения: P_{JB} , P_{ARCH} – P -значения для теста Жака-Бера и ARCH LM-теста, P_Q – минимальное P -значение для Q -статистики Льюнга-Бокса для всех лаговых диапазонов [14].

$$\Delta LM1_t = \frac{0.38}{(0.12)} \Delta LM1_{t-3} + \frac{0.04}{(0.008)}, \quad (8)$$

$$R^2=0.21, P_Q=0.25, P_{JB}=0.01, P_{ARCH}=0.77.$$

$$\Delta LM2_t = \frac{0.44}{(0.13)} \Delta LM2_{t-1} + \frac{0.45}{(0.13)} \Delta LM2_{t-3} + \frac{0.009}{(0.01)}, \quad (9)$$

$$R^2=0.41, P_{JB}=0.84, P_Q=0.56, P_{ARCH}=0.91.$$

$$\Delta LDB_t = \frac{-0.33}{(0.15)} \Delta LDB_{t-2} + \frac{0.08}{(0.01)}, \quad (10)$$

$$R^2=0.11, P_{JB}=0.52, P_Q=0.13, P_{ARCH}=0.27.$$

$$\Delta LOFExch_t = \frac{0.59}{(0.14)} \Delta LOFExch_{t-1} + \frac{0.02}{(0.009)}, \quad (11)$$

$$R^2=0.36, P_{JB}=0.01, P_Q=0.43, P_{ARCH}=0.08.$$

Авторегрессионные модели (8)–(11) отличаются порядком авторегрессии p . При выборе глубины прогноза h следует учитывать, что при $h > p$ точность прогнозирования существенно убывает с увеличением h .

Результаты сравнительного анализа точности прогнозов иллюстрируются графически на рис. 1. Используются следующие обозначения: $LM1$, $LM2$, LDB , $LOFExch$ – истинные значения первой разности временного ряда; символы $_F$ – указывают на прогнозные значения первой разности, которые не учитывает структурное изменение (алгоритм А.1); символы $_F1$ обозначают прогнозные значения первой разности, которые учитывает структурное изменение (алгоритм А.2).

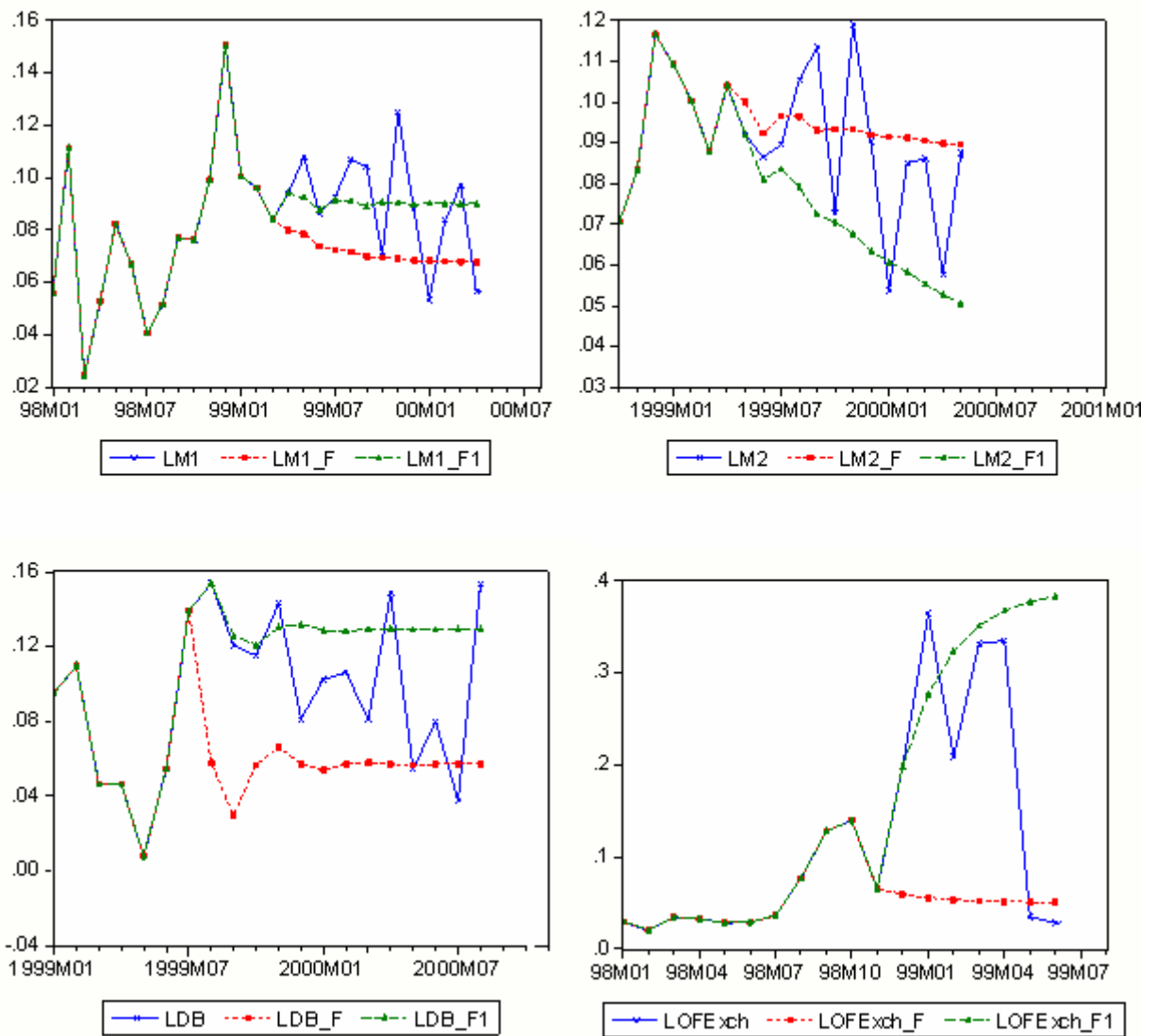


Рис. 1. Графический анализ точности прогнозов

Как видно из рис. 1, прогнозы на основе алгоритма A.2, учитывающего структурные изменения, для показателей *LMI*, *LDB*, *LOFExch* на глубину прогноза h не существенно превышающую порядок авторегрессии p являются более точными. Отсутствие заметного выигрыша в точности прогноза для показателя *LM2*, можно объяснить тем, что, обнаруженное с помощью статистического теста Перрона [9], структурное изменение модели в данном случае слабо выражено. В случае показателя *LOFExch* можно говорить о наличии нового структурного изменения в конце прогнозного периода (при $h > 5$). Во всех случаях использование алгоритма A.2 позволило более точно спрогнозировать основную тенденцию изменения временных рядов в прогнозных периодах.

Коррекция прогнозов на основе VECM. Для иллюстрации возможностей коррекции прогнозов на основе предлагаемых алгоритмов в случае многомерных моделей рассмотрим простейшую модель коррекции ошибок, построенную по двум временным рядам: $LCPI$ – прологарифмированный и сезонно скорректированный показатель $Cpi95$; $EXCHUSD$ – прологарифмированный показатель $Exchusd$, где: $Cpi95$ – индекс потребительских цен нарастающим итогом к декабрю 1995 г. (декабрь 1995 г. = 1), $Exchusd$ – среднемесячный курс белорусского рубля по отношению к доллару США, руб./\$ (до 09/2000 – на наличном рынке, с 10/2000 – официальный).

Рассматриваемые временные ряды являются интегрированными первого порядка. Тест коинтеграции Йохансена [13] указывает на существование коинтеграционного соотношения. Интервал оценивания модели VECM охватывает период с января 1996 г. по март 2007 г. Таким образом, прогнозный период начинается с апреля 2007 г.

Оцененная до момента структурного изменения модель описывается соотношениями:

$$\begin{aligned}\Delta LCPI_t &= -0.17_{(0.03)} ECM_{t-1} - 0.19_{(0.14)} \Delta LCPI_{t-1} - 0.07_{(0.34)} \Delta EXCHUSD_{t-1} + 0.009_{(0.001)}, \\ \Delta EXCHUSD_t &= 0.012_{(0.013)} ECM_{t-1} + 0.04_{(0.05)} \Delta LCPI_{t-1} + 0.52_{(0.13)} \Delta EXCHUSD_{t-1} - 0.0004_{(0.0004)}, \\ ECM_t &= LCPI_{t-1} - EXCHUSD_{t-1} - 0.006t + 3.45.\end{aligned}$$

Для целей нашего эксперимента сделаем гипотетическое предположение, о том, что в апреле 2007 года произошло структурное изменение в свободном члене краткосрочной зависимости для обменного курса – он увеличился на 0.0002. Очевидно, в рассматриваемой ситуации предполагается одномоментное увеличение инфляции и снижение курса белорусского рубля по отношению к доллару США. Результаты сравнительного анализа точности прогнозов на основе алгоритмов типа А.1 и А.2 проиллюстрированы на рис. 2. Будем использовать следующие обозначения: $TIME_SERIES$ – наблюдаемые значения временного ряда (до структурного изменения временной); $TIME_SERIES_0$ – прогнозные значения временного ряда $TIME_SERIES$ в предположении, что структурного изменения нет; $TIME_SERIES_F$ – прогнозные значения

на основе алгоритма A.1, который не учитывает структурное изменение временного ряда $TIME_SERIES$; $TIME_SERIES_F1$ – прогнозные значения на основе алгоритма A.2, который учитывает структурное изменение временного ряда $TIME_SERIES$; $d(TIME_SERIES)$ – первая разность временного ряда $TIME_SERIES$; $d(TIME_SERIES_F)$ – прогноз для $d(TIME_SERIES)$ на основе алгоритма A.1; $d(TIME_SERIES_F1)$ – прогноз для $d(TIME_SERIES)$ на основе алгоритма A.2.

Как видно, структурное изменение в прогнозном периоде может приводить к значительным ошибкам прогнозов на основе ранее построенных моделей. Алгоритм коррекции, учитывающий структурное изменение, позволяет приблизить прогнозные значения к истинным значениям временного ряда: для нестационарных представлений временных рядов (уровней), при этом правильно прогнозируется тенденция, а для первых разностей наблюдается сходимость к долгосрочному среднему значению.

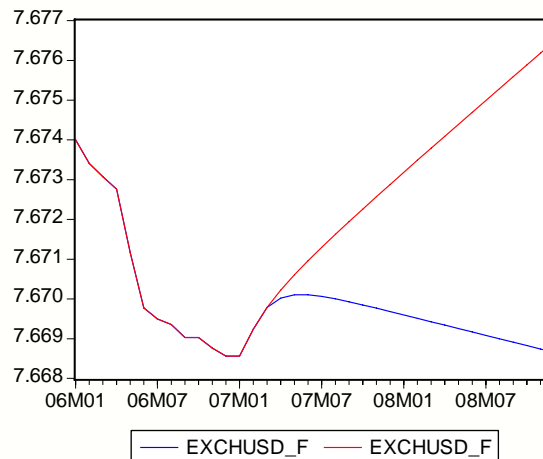
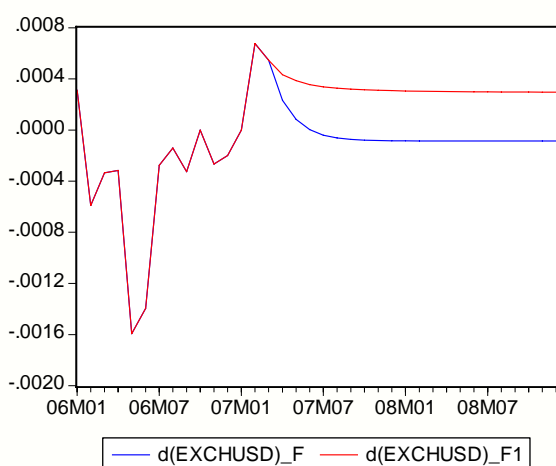
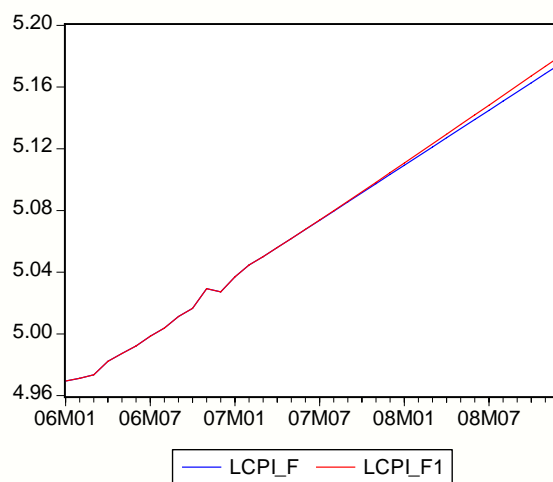
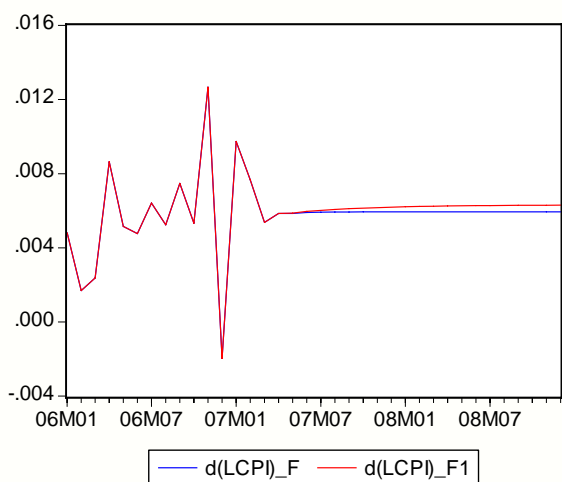


Рис. 2. Результаты сравнительного анализа точности прогнозов

Заключение

Проблема структурных изменений в прогнозном периоде является актуальной при прогнозировании макроэкономических показателей. В белорусской экономике причиной таких структурных изменений могут быть внешние «шоковые» воздействия на экономику в виде скачкообразного роста цен на энергоносители. Результаты исследований показывают, что эконометрические модели, построенные на временном интервале до структурного изменения, не могут непосредственно использоваться для прогнозирования, поскольку в силу скачкообразного изменения параметров в начале прогнозного периода дают смещенные прогнозы. В тоже время, использование специальных алгоритмов коррекции прогнозов на основе построенных моделей позволяет повысить их точность. Для описываемых в статье алгоритмов коррекции прогнозов приводятся результаты экспериментального исследования точности на модельных данных, а также на реальных данных белорусской экономики.

Результаты исследований позволяют сделать вывод о том, что алгоритмы коррекции прогнозов могут существенно повысить точность прогнозирования при выполнении следующих условий: 1) построенная эконометрическая модель временного ряда является статистически адекватной; 2) имеет место ярко выраженное структурное изменение модели и точно установлен момент его наступления; 3) горизонт прогнозирования существенно не превышает порядок авторегрессии построенной модели.

Литература

1. Economic Structural Change: Analysis and Forecasting. International Institute for Applied Systems Analysis / Eds. P. Hackl, A. H. Westlund. Berlin et al.: Springer-Verlag, 1991.

2. Nelson Ch., Plosser Ch. Trend and Random Walks in Macroeconomic Time Series. // Journal of Monetary Economics, 1982, 10. – P.130-162.
3. Perron P. Trend, Unit Root and Structural Change in Macroeconomic Time Series. / Rao B.B. Cointegration for the Applied Economist. Martins Press, New York, 1994.
4. Малюгин В.И., Пранович М.В., Мурин Д.Л., Калечиц Д.Л. Система эконометрических моделей для анализа, прогнозирования и оценки вариантов денежно-кредитной политики. // Исследования банка, 2005, №2. – 41 с.
5. Харемза В.В., Харин Ю.С., Макарова С.Б., Малюгин В.И. и др. Моделирование и прогнозирование макроэкономических показателей экономик Беларуси, России и Украины на основе межстрановой модели LAM ICM // Экономический бюллетень Научно-исследовательского экономического института Министерства экономики Республики Беларусь, 2007, №4. – С. 18-34.
6. Kravtsov M.K., Burdyka M.M., Pashkevich A.V., Haspadarets V.I. An econometric model for short-term forecasting of main macroeconomic indicators of Belarus / Proc. of the 8th Intern. Conf. “Computer Data Analysis and Modeling. Minsk, 2007. – P. 79-82.
7. Hansen, P. R. Structural Changes in the Cointegrated Vector Autoregressive Model. // Journal of Econometrics, 2003, 114. – P. 261-295.
8. Bai J., Perron P. Estimating and Testing Linear Model with Multiple Structural Changes // Econometrica, 1998, 66. – P. 47-78.
9. Малюгин В.И., Босько А.А., Ковзель Е.И. О тестировании интегрированности и коинтегрированности макроэкономических временных рядов при наличии структурных изменений. // Экономический бюллетень Научно-исследовательского экономического института Министерства экономики Республики Беларусь, 2004, № 11. – С. 45-56.
10. Clements, M. P. and Hendry, D. F. Forecasting Economic Time series./ Cambridge:

Cambridge University Press, 1998.

11. Pesaran M.H., Timmermann A. Selection of estimation window in the presence of breaks. *Journal of Econometrics*. 2006, 154. – P. 77-92.
12. Lutkepohl, H., Introduction to multiple time series analysis, 2nd edition. Hemsbac: Druckhaus Beltz, 1993.
13. Johansen S. Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models, 2nd ed. – Oxford University Press, 1996.
14. Харин Ю. С., Малюгин В. И., Харин А. Ю. Эконометрическое моделирование. Мн.: БГУ, 2004. – 313 с.
15. Boyar A.V., Malugin V. I. Evaluation of Forecasting Algorithms for Multivariate Econometric Models with Structural Breaks in the Forecasting Period // Proc. of the 8th Intern. Conf. “Computer Data Analysis and Modeling”. Vol. 2. – Minsk, BSU, 2007. – P. 56-59.
16. Malugin V. I. Analysis of structural changes in multivariate economic time series by means of statistical classification procedures // Proc. of the 7th Intern. Conf. “Computer Data Analysis and Modeling”. Minsk, 2004. – P. 63-67.

Аннотация

Статья содержит описание алгоритмов коррекции прогнозов, а также характеристик точности прогнозирования для векторных авторегрессионных моделей со структурными изменениями в прогнозном периоде. В рамках подхода Клементса – Хендри предлагаются модификации известных алгоритмов коррекции прогнозов для более широкого класса моделей (векторных авторегрессионных моделей произвольного порядка с экзогенными переменными и векторных моделей коррекции ошибок). Точность прогнозирования для предлагаемых алгоритмов исследуется с помощью статистического моделирования. Описываются примеры использования указанных алгоритмов для эконометрического прогнозирования белорусских макроэкономических показателей.

ON CORRECTION OF FORECASTS BASED ON ECONOMETRIC MODELS WITH A STRUCTURAL BREAKS AT THE BEGINING OF THE FORECAST PERIOD

Vladimir I. Malugin, Aleksandr. V. Bojar

Abstract

The paper includes the description of the forecasts correction algorithms for vector autoregressive models with structural breaks at the beginning of forecasts period. Within the frame of Clements – Hendry approach the modifications of the known algorithms are suggested for more wide class of autoregressive models (vector autoregressive models of the arbitrary order with exogenous variables and vector error correction models). The forecasts accuracy evaluation for suggested algorithms is examined on the base of simulation experiments. The results of the applications of these algorithms for the econometric forecasting of the Belarusian macroeconomic indicators are described.